

Part - III
MATHEMATICS (SCIENCE)

Maximum : 80 Scores

Time : 2½ Hours

Cool off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are neither allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool off time'.
- Use the 'cool off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read the questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except nonprogrammable calculators are not allowed in the Examination Hall.

നിർദ്ദേശങ്ങൾ:

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയ വിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യ നമ്പരിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തര പേപ്പറിൽത്തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

1. Let $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,
 $A = \{1, 2, 4, 7\}$ and $B = \{1, 3, 5, 7\}$.
 - a) Find $A \cup B$. (1)
 - b) Find A', B' and hence show that
 $(A \cup B)' = A' \cap B'$. (3)
 - c) The power set $P(A \cup B)$ has
 elements. (1)
2. a) Let $A = \{7, 8\}$ and $B = \{5, 4, 2\}$.
 Find $A \times B$. (1)
- b) Determine the domain and range of the relation R defined by $R = \{(x, y) : y = x + 1, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$. (2)
3. Draw the graph of the function $f(x) = |x| + 1, x \in R$. (3)
4. a) Prove that

$$\frac{\sin 5x + \sin 3x}{\cos 5x + \cos 3x} = \tan 4x$$
 (2)
- b) Prove that

$$3\sin \frac{\pi}{6} \sec \frac{\pi}{3} - 4\sin \frac{5\pi}{6} \cot \frac{\pi}{4} = 1.$$
 (2)
5. Prove that

$$\frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} = \left(\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}\right)^2.$$
 (2)

1. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,
 $A = \{1, 2, 4, 7\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$
 ആയാൽ:
 - a) $A \cup B$ കാണുക. (1)
 - b) A', B' കാണുക. ഇത് ഉപയോഗിച്ച്
 $(A \cup B)' = A' \cap B'$ എന്ന്
 തെളിയിക്കുക. (3)
 - c) $A \cup B$ യുടെ പവർ ഗണ
 $P(A \cup B)$ യിൽ
 അംഗങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കും. (1)
2. a) $A = \{7, 8\}$ ഉം $B = \{5, 4, 2\}$ ഉം
 ആയാൽ $A \times B$ കാണുക. (1)
- b) $R = \{(x, y) : y = x + 1, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ എന്ന ബന്ധ
 (relation) ത്തിന്റെ മണ്ഡലവും
 രംഗവും (domain ഉം range)
 കാണുക. (2)
3. $f(x) = |x| + 1, x \in R$ എന്ന ഏകദ
 (function) ത്തിന്റെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക. (3)
4. a) $\frac{\sin 5x + \sin 3x}{\cos 5x + \cos 3x} = \tan 4x$ എന്ന്
 തെളിയിക്കുക. (2)
- b) $3\sin \frac{\pi}{6} \sec \frac{\pi}{3} - 4\sin \frac{5\pi}{6} \cot \frac{\pi}{4} = 1$
 എന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)
5. $\frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} = \left(\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}\right)^2$ എന്ന്
 തെളിയിക്കുക. (2)

Consider the statement

$$P(n): 1+3+3^2+\dots+3^{n-1} = \frac{3^n-1}{2}.$$

a) Check whether $P(1)$ is true. (1)

b) If $P(k)$ is true, prove that $P(k+1)$ is also true. (2)

c) Is $P(n)$ true for all natural numbers n ? Justify your answer. (1)

7. a) Represent the complex number $\sqrt{3}+i$ in the Polar form. (3)

b) Solve : $\sqrt{5}x^2+x+\sqrt{5}=0$. (2)

8. a) Find the 5th term of the sequence whose n^{th} term, $a_n = \frac{n^2-5}{4}$. (1)

b) Find $7+77+777+7777+\dots$ to n terms. (2)

c) Find the sum to n terms of the series.
 $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots$ (2)

9. a) Solve : $4x+3 < 3x+7$.
Represent the solution on the real line. (2)

b) Solve the following system of inequalities graphically.
 $3x+2y \leq 12; x \geq 0, y \geq 0$ (3)

6. $P(n): 1+3+3^2+\dots+3^{n-1} = \frac{3^n-1}{2}$

എന്ന പ്രസ്താവന പരിഗണിക്കുക.

a) $P(1)$ ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (1)

b) $P(k)$ ശരിയാണെങ്കിൽ $P(k+1)$ ശരിയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

c) $P(n)$ എല്ലാ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾക്കും ശരിയാണോ? നിങ്ങളുടെ ഉത്തരത്തെ ന്യായീകരിക്കുക. (1)

7. a) $\sqrt{3}+i$ എന്ന കോംപ്ലക്സ് നമ്പർ പോളാർ രൂപത്തിൽ (Polar form) എഴുതുക. (3)

b) നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക:
 $\sqrt{5}x^2+x+\sqrt{5}=0$ (2)

8. a) n -ാം പദം $a_n = \frac{n^2-5}{4}$ ആയ ശ്രേണിയുടെ 5-ാം പദം കാണുക. (1)

b) $7+77+777+7777+\dots$ n പദങ്ങൾ കാണുക. (2)

c) $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots$
എന്ന സീരീസിലെ (series) n പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക. (2)

9. a) നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക :
 $4x+3 < 3x+7$ മൂല്യം (solution) സംഖ്യാ രേഖയിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക. (2)

b) താഴെ പറയുന്ന അസമതകളുടെ സിസ്റ്റം (system) ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.
 $3x+2y \leq 12; x \geq 0, y \geq 0$ (3)

10. a) Find the value of n such that $3 \cdot {}^nP_4 = 5 \cdot {}^{n-1}P_4$, $n > 4$. (2)
- b) In how many ways can 5 students be seated on a bench? (1)
- c) Find the number of different 8-letter arrangements that can be made from the letters of the word, 'DAUGHTER' so that :
- i) All vowels occur together. (3)
- ii) All vowels do not occur together. (3)

OR

- a) Determine n if ${}^{2n}C_3 = 11 \cdot {}^nC_3$. (2)
- b) In how many ways can a cricket team of 11 players be selected from 15 players? (1)
- c) A bag contains 5 white, 6 red and 4 blue balls. Determine the number of ways in which 2 white, 3 red and 2 blue balls can be selected. (3)
11. a) Find the number of terms in the expansion of $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{14}$. (1)
- b) Find the general term in the expansion of $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{14}$. (2)
- c) Find the term independent of x in the above expansion. (2)

10. a) $3 \cdot {}^nP_4 = 5 \cdot {}^{n-1}P_4$, $n > 4$ ആയാൽ n ന്റെ വില കാണുക. (2)
- b) എത്ര രീതിയിൽ, 5 കുട്ടികളെ ഒരു ബെഞ്ചിൽ ഇരുത്താം? (1)
- c) DAUGHTER എന്ന വാക്കിലെ അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് 8 അക്ഷരങ്ങളുടെ എത്ര ക്രമീകരണങ്ങൾ (arrangements) താഴെ പറയുന്ന വിധത്തിൽ ഉണ്ടാക്കാം?
- i) വ്യഞ്ജനങ്ങൾ (vowels) അടുത്തടുത്ത് വരത്തക്ക വിധം. (3)
- ii) വ്യഞ്ജനങ്ങൾ (vowels) അടുത്തടുത്ത് വരാതെ. (3)

അല്ലെങ്കിൽ

- a) ${}^{2n}C_3 = 11 \cdot {}^nC_3$ ആയാൽ n -ന്റെ വിലകാണുക. (2)
- b) 15 കളിക്കാരിൽ നിന്നും എത്ര രീതിയിൽ 11 കളിക്കാരുടെ ഒരു ക്രിക്കറ്റ് ടീം രൂപീകരിക്കാം? (1)
- c) 5 വെള്ള, 6 ചുവപ്പ്, 4 നീല ബോളുകൾ അടങ്ങുന്ന ഒരു സഞ്ചിയിൽ നിന്നും എത്ര രീതിയിൽ 2 വെള്ളവും 3 ചുവപ്പും 2 നീല ബോളുകൾ തെരഞ്ഞെടുക്കാം? (3)
11. a) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{14}$ എന്നതിന്റെ വിപുലീകരണത്തിൽ എത്ര പദങ്ങൾ ഉണ്ട്? (1)
- b) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{14}$ എന്നതിന്റെ വിപുലീകരണത്തിലെ പൊതുപദം (general term) കാണുക. (2)
- c) മുകളിൽ പ്രതിപാദിച്ച വിപുലീകരണത്തിൽ x ഉൾപ്പെടാത്ത പദം കാണുക. (2)

12. a) Find the slope of the line joining the points (2, 2) and (5, 3). (1)

b) Find the equation of the line joining the points (2, 2) and (5, 3). (2)

13. a) If two lines are perpendicular, then the product of their slopes is (1)

b) Find the equation of a line perpendicular to the line $x - 2y + 3 = 0$ and passing through the point (1, -2). (2)

14. Find the co-ordinates of the foci, the length of the major axis, minor axis, latus rectum and eccentricity of the ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. (4)

15. a) Find the distance between the points (2, -1, 3) and (-2, 1, 3). (1)

b) Find the coordinates of the point which divides the line segment joining the points (-2, 3, 5) and (1, -4, 6) internally in the ratio of 2 : 3. (2)

16. a) The value of $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$ is (1)

b) Evaluate $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{15} - 1}{x^{10} - 1}$ (2)

12. a) (2, 2), (5, 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖയുടെ സ്ലോപ്പ് (slope) കാണുക. (1)

b) (2, 2), (5, 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖയുടെ സമവാക്യം (equation) കാണുക. (2)

13. a) രണ്ടു രേഖകൾ പരസ്പരം ലംബമാണെങ്കിൽ അവയുടെ സ്ലോപ്പുകളുടെ ഗുണനഫലം ആണ്. (1)

b) $x - 2y + 3 = 0$ എന്ന രേഖയ്ക്ക് ലംബവും (1, -2) എന്ന ബിന്ദുവിൽകൂടി കടന്നു പോകുന്നതുമായ രേഖയുടെ സമവാക്യം (equation) കാണുക. (2)

14. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ എന്ന എല്ലിപ്സിന്റെ (ellipse) ഫോക്കസുകൾ, മേജർ ആക്സിസിന്റെ നീളം, മൈനർ ആക്സിസിന്റെ നീളം, ലാറ്റസ് റെക്ടത്തിന്റെ നീളം, എക്സൻട്രിസിറ്റി ഇവകാണുക. (4)

15. a) (2, -1, 3), (-2, 1, 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക. (1)

b) (-2, 3, 5), (1, -4, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തെ 2 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഇടയ്ക്ക് വിഭജിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ കാണുക. (2)

16. a) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$ ന്റെ വില ആണ്. (1)

b) വിലകാണുക: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{15} - 1}{x^{10} - 1}$ (2)

17. Find the derivative of $f(x) = \sin x$ from the first principle. (3)

OR

Find the derivative of $\frac{x + \cos x}{\tan x}$. (3)

18. a) Write the negation of the following statement :
"All triangles are not equilateral triangles." (1)
- b) Verify by the method of contradiction.
 $p: \sqrt{7}$ is irrational. (3)

19. Consider the following frequency distribution :

x_i	8	11	17	20	25	30	35
f_i	2	3	4	1	5	7	3

- a) Find the mean. (2)
- b) Calculate the variance and standard deviation. (3)

17. ഫസ്റ്റ് പ്രിൻസിപ്പിൾ (First principle) ഉപയോഗിച്ച് $f(x) = \sin x$ ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് കാണുക. (3)

അല്ലെങ്കിൽ

$\frac{x + \cos x}{\tan x}$ ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

18. a) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പ്രസ്താവനയുടെ നെഗേഷൻ (negation) എഴുതുക:
'എല്ലാ ത്രികോണങ്ങളും സമഭുജ ത്രികോണങ്ങളല്ല.' (1)
- b) കോൺട്രാഡിക്ഷൻ രീതി ഉപയോഗിച്ച് പരിശോധിക്കുക.
 $p: \sqrt{7}$ അഭിന്നകസംഖ്യ (irrational) ആണ്. (3)

19. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ആവൃത്തിപ്പട്ടിക (frequency distribution) പരിഗണിക്കുക.

x_i	8	11	17	20	25	30	35
f_i	2	3	4	1	5	7	3

- a) മീൻ (mean) കാണുക. (2)
- b) വേരിയൻസും സ്റ്റാൻഡേർഡ് ഡീവിയേഷനും (variance and standard deviation) കാണുക. (3)

20. a) If A and B are two events in a random experiment, then
 $P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \dots\dots\dots$ (1)
- b) Given $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$ and $P(A \cap B) = 0.3$. Find $P(A \cup B)$ and $P(A')$. (2)
- c) Two dice are thrown simultaneously. Find the probability of getting a doublet (same number on both dice). (2)

20. a) ഒരു റാൻഡം എക്സ്പിരിമെന്റിൽ (Random experiment) രണ്ട് ഇവൻ്റുകളാണ് (events) A യും B യും എങ്കിൽ:
 $P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \dots\dots\dots$ (1)
- b) $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$, $P(A \cap B) = 0.3$ ആയാൽ:
 $P(A \cup B)$ യും $P(A')$ യും കാണുക. (2)
- c) രണ്ട് ഡൈസുകൾ (dice) ഒരേ സമയം എറിഞ്ഞാൽ ഒരു ഡബ്ബിൾ (ഒരേ നമ്പർ രണ്ട് ഡൈസുകളിലും) കിട്ടാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി (probability) കാണുക. (2)