5018

March 2014

For Scheme I Candidates Only

Second Year Higher Secondary Examination

Part – III

MATHEMATICS (SCIENCE)

Maximum : 80 Scores

Time : 2½ Hours
Cool off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- There is a 'cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are not allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool off time'.
- Use the 'cool off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

നിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയ വിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യ നമ്പരിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

SCORES

1. Consider the matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.$$

If $AB = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$, find the values of a, b, c and d. **(3)**

2. a) Let R be the relation on the set $\mathbb{N}$ of natural numbers given by $R = \{ (a, b) : a - b > 2, b > 3 \}$. Choose the correct answer. **(1)**

   (A) $(4, 1) \in R$ (B) $(5, 8) \in R$
   (C) $(8, 7) \in R$ (D) $(10, 6) \in R$

   b) If $f(x) = 8x^3$ and $g(x) = x^{1/3}$, find $g(f(x))$ and $f(g(x))$. **(2)**

   c) Let $*$ be a binary operation on the set Q of rational numbers defined by $a * b = \frac{ab}{3}$. Check whether $*$ is commutative and associative ? **(2)**

3. Consider a 2×2 matrix $A = [aij]$, where $aij = \frac{(i+2j)^2}{2}$.

   a) Write A **(2)**

   b) Find $A + A'$ **(1)**

SCORES

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ എന്നീ മാട്രിക്സുകൾ പരിഗണിക്കുക.

$AB = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ ആയാൽ a, b, c, d എന്നിവയുടെ വിലകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

2. a) എണ്ണൽ സംഖ്യാഗണം $\mathbb{N}$ ൽ തന്നിട്ടുള്ള $R = \{ (a, b) : a - b > 2, b > 3 \}$ എന്ന ബന്ധം പരിഗണിക്കുക. ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുക്കുക. **(1)**

   (A) $(4, 1) \in R$ (B) $(5, 8) \in R$
   (C) $(8, 7) \in R$ (D) $(10, 6) \in R$

   b) $f(x) = 8x^3$, $g(x) = x^{1/3}$ ആയാൽ $g(f(x))$, $f(g(x))$ എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

   c) ഭിന്നസംഖ്യാഗണം Q വിൽ $a * b = \frac{ab}{3}$ എന്ന വിധത്തിൽ നിർവ്വചിച്ചിട്ടുള്ള ഒരു ബൈനറി ഓപ്പറേഷനാണ് $*$. $*$ കമ്മ്യൂട്ടേറ്റീവ് ആണോ എന്നും അസ്സോസിയേറ്റീവ് ആണോ എന്നും പരിശോധിക്കുക. **(2)**

3. $aij = \frac{(i+2j)^2}{2}$ ആയ ഒരു 2×2 മാട്രിക്സ് $A = [aij]$ പരിഗണിക്കുക.

   a) A എഴുതുക. **(2)**

   b) $A + A'$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

SCORES

4. a) The principal value of

$\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ is ______. **(1)**

b) Write the function

$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right), 0 < x < \pi$

in the simplest form. **(3)**

5. Consider the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$.

a) Show that $A^2 - 7A - 2I = 0$. **(2)**

b) Hence find A^{-1}. **(2)**

c) Solve the following system of equations using matrix method.

$2x + 3y = 4$

$4x + 5y = 6$ **(1)**

6. Let

$\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = 6\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$.

a) Find a unit vector in the direction of $\vec{a} + \vec{b}$. **(1)**

b) Find the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(2)**

SCORES

4. a) $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ വിന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വാല്യൂ______ ആകുന്നു. **(1)**

b) ലഘൂകരിക്കുക.

$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right), 0 < x < \pi$ **(3)**

5. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സ് പരിഗണിക്കുക.

a) $A^2 - 7A - 2I = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(2)**

b) അതിൽ നിന്നും A^{-1} കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

c) താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള സമവാക്യങ്ങൾ മെട്രിക്സ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

$2x + 3y = 4$

$4x + 5y = 6$ **(1)**

6. $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 6\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ പരിഗണിക്കുക.

a) $\vec{a} + \vec{b}$ എന്ന വെക്ടറിന്റെ ദിശയിലുള്ള ഒരു യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

b) $\vec{a}, \vec{b}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾക്കിടയിലുള്ള കോണളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

SCORES

7. a) Find the value of k if the function
$f(x) = kx+1 \quad \text{if} \quad x \leq 5$
$\quad\; = 3x - 5 \quad \text{if} \quad x > 5$
is continuous at $x = 5$. **(2)**

b) Find $\frac{dy}{dx}$ if $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 + \cos t)$. **(2)**

c) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 + 2$ in the interval $[-2, 2]$. **(2)**

8. Consider the triangle ABC with vertices A(1, 1, 1), B (1, 2, 3) and C(2, 3, 1).

a) Find $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{AC}$ **(2)**

b) Find $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ **(2)**

Hence find the area of the triangle ABC. **(1)**

9. a) Which of the following function is increasing for all values of x in its domain ? **(1)**

(A) sinx (B) logx

(C) x^2 (D) $|x|$

b) Find a point on the curve $y = (x - 2)^2$ at which the tangent is parallel to the chord joining the points (2, 0) and (4, 4). **(2)**

c) Find the maximum profit that a company can make, if the profit function is given by $p(x) = 41 - 24x - 6x^2$. **(2)**

SCORES

7. a) $f(x) = kx+1 \quad ; \quad x \leq 5$
$\quad\; = 3x - 5 \quad ; \quad x > 5$
എന്ന ഫങ്ഷൻ $x = 5$ ൽ കണ്ടിന്യൂവസ് ആയാൽ k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

b) $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 + \cos t)$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

c) $f(x) = x^2 + 2$ എന്ന ഫങ്ഷന് $[-2, 2]$ എന്ന ഇന്റർവലിൽ Rolle's theorem ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (2)

8. A(1, 1, 1), B (1, 2, 3), C(2, 3, 1) ശീർഷകങ്ങളായ ഒരു ത്രികോണം ABC പരിഗണിക്കുക.

a) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

b) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

c) അതിൽ നിന്നും ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

9. a) താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ഏത് ഫങ്ഷനാണ് അതിന്റെ മണ്ഡലത്തിലുള്ള എല്ലാ x നും ഇൻക്രീസിങ് ആയത് ? (1)

(A) sinx (B) logx

(C) x^2 (D) $|x|$

b) $y = (x - 2)^2$ എന്ന വക്രത്തിന് ഏത് ബിന്ദുവിൽ കൂടി വരക്കുന്ന സ്പർശരേഖയാണ് (2, 0), (4, 4) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ കൂട്ടി യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായി വരുന്നത് ? (2)

c) ഒരു കമ്പനിയുടെ പ്രോഫിറ്റ് ഫങ്ഷൻ $p(x) = 41 - 24x - 6x^2$ ആയാൽ ആ കമ്പനിക്ക് ഉണ്ടാക്കുവാൻ പറ്റുന്ന പരമാവധി ലാഭമെത്ര ? (2)

SCORES

10. a) $\int e^{x} \sec x\,(1+\tan x)\,dx =$

    (A) $e^{x}\cos x + C$ (B) $e^{x}\sec x + C$

    (C) $e^{x}\tan x + C$ (D) $e^{x}\sin x + C$ **(1)**

    b) Find $\int \sin 2x \cos 3x\, dx$. **(2)**

    c) Find $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$. **(2)**

The foot of the perpendicular drawn from origin to a plane is (4, – 2, 5).

a) How far is the plane from the origin ? **(1)**

b) Find a unit vector perpendicular to that plane. **(1)**

c) Obtain the equation of the plane in general form. **(1)**

12. Consider the linear programming problem :

    Minimize Z = 3x + 9y

    subject to the constraints :

    $x + 3y \leq 60$

    $x + y \geq 10$

    $x \leq y$

    $x \geq 0, y \geq 0.$

    a) Draw its feasible region. **(3)**

    b) Find the vertices of the feasible region. **(2)**

    c) Find the minimum value of Z subject to the given constraints. **(1)**

SCORES

10. a) $\int e^{x} \sec x\,(1+\tan x)\,dx =$

    (A) $e^{x}\cos x + C$ (B) $e^{x}\sec x + C$

    (C) $e^{x}\tan x + C$ (D) $e^{x}\sin x + C$ **(1)**

    b) $\int \sin 2x \cos 3x\, dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

    c) $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

11. മൂലബിന്ദുവിൽ നിന്നും ഒരു തലത്തിലേക്കു വരച്ച ലംബത്തിന്റെ പാദബിന്ദു (4, – 2, 5) ആണ്.

    a) ഈ തലം മൂലബിന്ദുവിൽ നിന്നും എത്ര അകലെയാണ് ? **(1)**

    b) ഈ തലത്തിന് ലംബമായ ഒരു യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

    c) പൊതുവായ രൂപത്തിലുള്ള ഈ തലത്തിന്റെ ഇക്വേഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

12. Minimize Z = 3x + 9y

    subject to the constraints :

    $x + 3y \leq 60$

    $x + y \geq 10$

    $x \leq y$

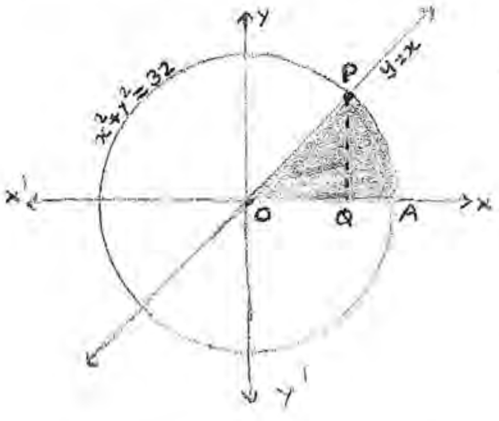
    $x \geq 0, y \geq 0$ എന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രശ്നം പരിഗണിക്കുക.

    a) അതിന്റെ ഫീസിബിൾ റീജിയൺ വരക്കുക. **(3)**

    b) ഫീസിബിൾ റീജിയന്റെ മൂലകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

    c) തന്നിട്ടുള്ള നിയന്ത്രണങ്ങൾക്കു വിധേയമായി Z-ന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

13. Consider the following figure :



a) Find the point of intersection P, of the circle $x^2 + y^2 = 32$ and the line $y = x$. **(2)**

b) Express the area of the shaded portion as a sum of two definite integrals. **(1)**

c) Find the area of the shaded portion. **(3)**

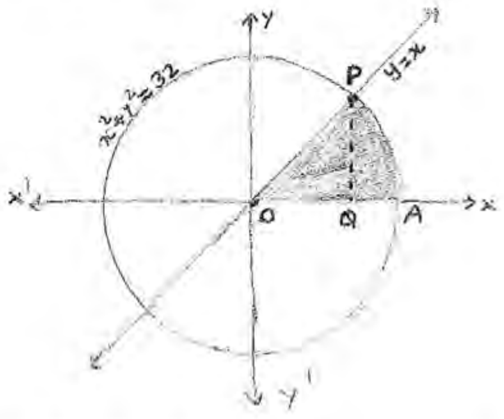
14. Consider the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.

a) Write its order and degree. **(1)**

b) Verify that $y = a\cos x + b\sin x$, where $a, b \in R$ is a solution of the given differential equation. **(2)**

SCORES

13. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രം പരിഗണിക്കുക.



a) $x^2 + y^2 = 32$ എന്ന വൃത്തവും $y = x$ എന്ന രേഖയും കൂട്ടിമുട്ടുന്ന P എന്ന ബിന്ദു കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

b) ഷേയ്ഡ് ചെയ്തിട്ടുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം രണ്ട് ഡെഫിനിറ്റ് ഇന്റഗ്രൽസിന്റെ തുകയായി എഴുതുക. **(1)**

c) ഷേയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

14. $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷൻ പരിഗണിക്കുക.

a) അതിന്റെ ഓർഡർ, ഡിഗ്രി എന്നിവ എഴുതുക. **(1)**

b) $y = a\cos x + b\sin x$; $a, b \in R$ തന്നിട്ടുള്ള ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ ഒരു സൊല്യൂഷനാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(2)**

SCORES

15. Given the straight lines

$$\vec{r} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$$

and $\vec{r} = (5\hat{j} - 2\hat{k}) + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$

a) Find the angle between the lines. **(2)**

b) Obtain a unit vector perpendicular to both the lines. **(2)**

c) Form the equation of the line perpendicular to the given lines and passing through the point (1, 1, 1). **(1)**

16. a) Evaluate : $\int_2^3 \frac{x}{x^2+1}\,dx$. **(2)**

b) Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{1+\sin x}$. **(3)**

17. Consider the differential equation

$$x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2,\ x \neq 0.$$

a) What is its integrating factor ? **(1)**

b) Obtain its general solution. **(2)**

SCORES

15. $\vec{r} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$,

$\vec{r} = (5\hat{j} - 2\hat{k}) + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$

എന്നീ രേഖകൾ തന്നിട്ടുണ്ട്.

a) ഈ രേഖകൾക്കിടയിലുള്ള കോണളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

b) രണ്ട് രേഖകൾക്കും ലംബമായ ഒരു യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

c) തന്നിട്ടുള്ള രണ്ട് രേഖകൾക്കും ലംബമായി (1, 1, 1) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്ന് പോകുന്ന രേഖയുടെ സമവാക്യം ഉണ്ടാക്കുക. **(1)**

16. a) $\int_2^3 \frac{x}{x^2+1}\,dx$ ന്റെ വില കാണുക. **(2)**

b) $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{1+\sin x}$ ന്റെ വില കാണുക. **(3)**

17. $x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2,\ x \neq 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷൻ പരിഗണിക്കുക.

a) അതിന്റെ ഇന്റഗ്രേറ്റിങ് ഫാക്ടർ എന്താണ് ? **(1)**

b) അതിന്റെ ജനറൽ സൊല്യൂഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

SCORES

18. a) If A and B are two events such that $P(A) = 0.8$, $P(B) = 0.5$ and $P(B/A) = 0.4$, then find $P(A/B)$. **(2)**

b) Find the mean and variance of the number obtained on a throw of an unbiased die. **(3)**

OR

a) Two events E and F are such that $P(E) = 0.6$, $P(F) = 0.2$ and $P(E \cup F) = 0.68$. Are E and F independent ? **(2)**

b) A die is thrown 6 times. If 'getting an odd number' is a success, what is the probability of getting ?

i) 5 successes ?

ii) at least 5 successes ?

iii) at most 5 successes ? **(3)**

SCORES

18. a) $P(A) = 0.8$, $P(B) = 0.5$, $P(B/A) = 0.4$ ആയ രണ്ടു ഇവന്റ്സ് ആണ് A, B എങ്കിൽ $P(A/B)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

b) ഒരു അൺബയാസ്ഡ് ഡൈ ഒരു പ്രാവശ്യം എറിഞ്ഞാൽ കിട്ടുന്ന നമ്പറിന്റെ മീനും വേരിയൻസും കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

OR

a) $P(E) = 0.6$, $P(F) = 0.2$, $P(E \cup F) = 0.68$ ആയ രണ്ട് ഇവന്റുകളാണ് E, F. Eയും F ഉം ഇൻഡിപെൻഡന്റ് ആണോ ? **(2)**

b) ഒരു ഡൈ 6 പ്രാവശ്യം എറിഞ്ഞു. 'ഒറ്റ സംഖ്യ കിട്ടുക' എന്നത് സക്സസ് ആയി എടുത്താൽ

i) 5 സക്സസ്.

ii) ചുരുങ്ങിയത് 5 സക്സസ്.

iii) പരമാവധി 5 സക്സസ് എന്നിവ ലഭിക്കുവാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി എന്താണ് ? **(3)**