Reg. No. : ....

Name : ....

Code No. 5053

Second Year – March 2017

Time : 2½ Hours
Cool-off time : 15 Minutes

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Maximum : 80 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are not allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool-off time'.
- Use the 'cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

നിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയവിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യനമ്പരിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

1. (a) If A is a 2 × 2 matrix and |A| = 1, then |2A| is _______

(i) 1

(ii) 2

(iii) 3

(iv) 4 **(Score : 1)**

(b) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ -2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$, find A^{-1}. **(Scores : 3)**

2. (a) $\sin^{-1}\left[\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right]$ is equal to

(i) $\frac{\pi}{6}$

(ii) $\frac{5\pi}{6}$

(iii) $\frac{3\pi}{6}$

(iv) $\frac{7\pi}{6}$ **(Score : 1)**

(b) Prove that :

$\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$ **(Scores : 3)**

3. (a) $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

Write A. **(Score : 1)**

(b) If A and B are symmetric matrices of the same order, then prove that (A + B) is also symmetric. **(Scores : 2)**

(c) Express $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ as a sum of a symmetric and skew-symmetric matrices.

(Scores : 2)

1. (a) A ഒരു 2×2 മാട്രിക്സും $|A| = 1$ ഉം ആയാൽ $|2A| =$ _______

(i) 1

(ii) 2

(iii) 3

(iv) 4 **(സ്കോർ : 1)**

(b) $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ -2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ ആയാൽ A^{-1} കാണുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

2. (a) $\sin^{-1}\left[\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right] =$ _________

(i) $\frac{\pi}{6}$

(ii) $\frac{5\pi}{6}$

(iii) $\frac{3\pi}{6}$

(iv) $\frac{7\pi}{6}$ **(സ്കോർ : 1)**

(b) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$ എന്നു തെളിയിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

3. (a) $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ആയാൽ A എഴുതുക. **(സ്കോർ : 1)**

(b) A, B എന്നിവ ഒരേ ഓർഡർ ഉള്ള രണ്ടു സിമട്രിക് മാട്രിക്സുകൾ ആയാൽ (A + B) സിമട്രിക് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ ആണ്. A യെ ഒരു സിമട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും സ്ക്യൂ-സിമട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

4. (a) The derivative of $2^{\sin x}$ is ______. **(Score : 1)**

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ if $x^y = y^x$. **(Scores : 2)**

(c) If $y = ae^{5x} + be^{-5x}$, show that $\frac{d^2y}{dx^2} - 25\,y = 0$. **(Scores : 3)**

5. (a) $\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx =$ ________.

(i) $\sec^2 x + C$

(ii) $\tan^2 x + C$

(iii) $\sec x + C$

(iv) $\tan x + C$ **(Score : 1)**

(b) Find $\int x \tan^{-1} x\, dx$. **(Scores : 4)**

6. Consider the vectors

$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and

$\vec{b} = 3\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$.

(i) Write $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$. **(Score : 1)**

(ii) Find the unit vector in the direction of $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$. **(Scores : 2)**

(iii) Find the area of the parallelogram with adjacent sides $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(Scores : 3)**

OR

Consider the vector

$\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$

(i) Find $|\vec{a}|$. **(Score : 1)**

(ii) Find λ is $\vec{a}$ is perpendicular to $\hat{i} + 3\hat{j} + \lambda\hat{k}$. **(Scores : 2)**

(iii) Find a vector parallel to $\vec{a}$ having magnitudes 7 units. **(Scores : 3)**

4. (a) $2^{\sin x}$ ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് ______ ആണ്. **(സ്കോർ : 1)**

(b) $x^y = y^x$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(c) $y = ae^{5x} + be^{-5x}$ ആയാൽ $\frac{d^2y}{dx^2} - 25\,y = 0$ എന്നു തെളിയിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

5. (a) $\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx =$ ________.

(i) $\sec^2 x + C$

(ii) $\tan^2 x + C$

(iii) $\sec x + C$

(iv) $\tan x + C$ **(സ്കോർ : 1)**

(b) $\int x \tan^{-1}x\,dx$ കാണുക. **(സ്കോർസ് : 4)**

6. $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$;

$\vec{b} = 3\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$

എന്നീ വെക്ടറുകൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$ എഴുതുക. **(സ്കോർ : 1)**

(ii) $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$ ന്റെ ദിശയിലുള്ള യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കാണുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(iii) $\vec{a}, \vec{b}$ എന്നിവ സമീപ വശങ്ങളായ സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

അല്ലെങ്കിൽ

$\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ എന്ന വെക്ടർ പരിഗണിക്കുക.

(i) $|\vec{a}|$ കാണുക. **(സ്കോർ : 1)**

(ii) $\vec{a}$ എന്ന വെക്ടർ $\hat{i} + 3\hat{j} + \lambda\hat{k}$ നു ലംബമായാൽ λ യുടെ വില കാണുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(iii) $\vec{a}$ നു സമാന്തരമായതും മാഗ്നിറ്റ്യൂഡ് 7 യൂണിറ്റ് ആയതുമായ മറ്റൊരു വെക്ടർ കാണുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

7. (a) Find the relationship between p and q so that the function

$$f(x) = \begin{cases} px + 5 & ; \text{if } x \leq 5 \\ qx + 2 & ; \text{if } x > 5 \end{cases}$$

is continuous at $x = 5$. **(Scores : 2)**

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2 - 1}\right)$, $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$. **(Scores : 3)**

8. (a) $f : R \rightarrow R$, $f(x) = x + 3$. Then fof (1) is _________.

(i) 1

(ii) 3

(iii) 6

(iv) 7 **(Score : 1)**

(b) Consider $f : R \rightarrow R$, $f(x) = 4x + 5$.

(i) Show that f is invertible. **(Scores : 2)**

(ii) Find the inverse of f. **(Scores : 2)**

9. (a) The order of the differential equation

$$\left(\frac{y}{x}\right)\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{x\frac{dy}{dx} - y}{x^2}\right)\frac{dy}{dx} = 0 \text{ is } _______.$$ **(Score : 1)**

(b) Solve :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$$ **(Scores : 3)**

10. (a) Slope of the tangent to the curve $y = 3x^2 + 2 \sin x$ at $x = 0$ is

(i) 3

(ii) 6

(iii) 2

(iv) 5 **(Score : 1)**

(b) The volume of a cube is increasing at the rate of 5 cm^3/s. How fast is the surface area increasing when the length of an edge is 5 cm ? **(Scores : 3)**

7. (a) $f(x) = \begin{cases} px + 5 & ; x \leq 5 \\ qx + 2 & ; x > 5 \end{cases}$

എന്ന ഫംഗ്ഷൻ $x = 5$ ൽ കണ്ടിന്യൂസ് ആണെങ്കിൽ p, q ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(b) $y = \sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2 - 1}\right), 0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

8. (a) $f : R \rightarrow R, f(x) = x + 3$ ആണ്. $fof(1) =$ _________ ആണ്.

(i) 1

(ii) 3

(iii) 6

(iv) 7 **(സ്കോർ : 1)**

(b) $f : R \rightarrow R, f(x) = 4x + 5$ ആണ്.

(i) f ഇൻവെർട്ടിബിൾ ആണെന്നു തെളിയിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(ii) f ന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കാണുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

9. (a) $\left(\frac{y}{x}\right)\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{x\frac{dy}{dx} - y}{x^2}\right)\frac{dy}{dx} = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ ഓർഡർ ______ ആണ്. **(സ്കോർ : 1)**

(b) നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$$

(സ്കോർസ് : 3)

10. (a) $y = 3x^2 + 2 \sin x$ എന്ന വക്രത്തിന് $x = 0$ ത്തിലുള്ള തൊടുവരയുടെ സ്ലോപ്പ്

(i) 3

(ii) 6

(iii) 2

(iv) 5 **(സ്കോർ : 1)**

(b) ഒരു ക്യൂബിന്റെ വ്യാപ്തം 5 cm^3/s എന്ന നിരക്കിൽ കൂടുന്നു. അതിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 5 cm ആകുമ്പോൾ ഉപരിതല പരപ്പളവിൽ ഉണ്ടാകുന്ന വർദ്ധനവ് കണക്കാക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

11. Consider the parabolas $y = x^2$ and $y^2 = x$.

(i) Draw a rough sketch and shade the region bounded by these parabolas. **(Score : 1)**

(ii) Find the area of the region bounded by the two parabolas. **(Scores : 3)**

12. A random variable X has the following probability distribution :

X	0	1	2	3	4	5
P(X)	0	k	2k	3k	3k	k

(i) Find the value of k. **(Score : 1)**

(ii) Find $P(X > 3)$. **(Scores : 2)**

(iii) Find $P(2 \leq X \leq 4)$. **(Scores : 2)**

13. If a fair coin is tossed 10 times, find the probability of getting atleast six heads.

(Scores : 5)

OR

A card from a pack of 52 cards is lost. From the remaining cards, two cards are drawn and are found to be both diamonds. Find the probability of the lost card being a diamond. **(Scores : 5)**

14. (a) Evaluate $\begin{vmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 9 & 7 \end{vmatrix}$. **(Score : 1)**

(b) Prove that :

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2.$$ **(Scores : 4)**

15. Solve the LPP :

Minimize $Z = -3x + 4y$

subject to

$x + 2y \leq 8$

$3x + 2y \leq 12$

$x \geq 0, y \geq 0$. **(Scores : 4)**

11. $y = x^2$, $y^2 = x$ എന്നീ പരാബൊളകൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് ഈ വക്രങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ഭാഗം അടയാളപ്പെടുത്തുക. **(സ്കോർ : 1)**

(ii) ഈ വക്രങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

12. X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു :

X	0	1	2	3	4	5
P(X)	0	k	2k	3k	3k	k

(i) k-യുടെ വില കാണുക. **(സ്കോർ : 1)**

(ii) $P(X > 3)$ കാണുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(iii) $P(2 \leq X \leq 4)$ കാണുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

13. ഒരു നാണയം 10 പ്രാവിശ്യം ഇടുന്നു. ആറു ഹെഡുകൾ എങ്കിലും കിട്ടുന്നതിനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കാണുക. **(സ്കോർസ് : 5)**

അല്ലെങ്കിൽ

52 കാർഡുകളുള്ള ഒരു പായ്ക്കറ്റിൽ നിന്നും ഒരു കാർഡ് നഷ്ടപ്പെട്ടു. ബാക്കിയുള്ള കാർഡുകളിൽ നിന്നും രണ്ടെണ്ണം എടുത്തു. അവ രണ്ടും ഡയമണ്ട് ആണെന്നു മനസ്സിലാക്കി. എങ്കിൽ നഷ്ടപ്പെട്ട കാർഡ് ഡയമണ്ട് ആകാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കാണുക. **(സ്കോർസ് : 5)**

14. (a) $\begin{vmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 9 & 7 \end{vmatrix}$ കാണുക. **(സ്കോർ : 1)**

(b) $\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x + 4)(4 - x)^2$ എന്നു തെളിയിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 4)**

15. LPP നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക :

Minimize $Z = -3x + 4y$

subject to

$x + 2y \leq 8$

$3x + 2y \leq 12$

$x \geq 0, y \geq 0.$ **(സ്കോർസ് : 4)**

16. Consider the points A(2, 3, 1) and B(3, – 4, 5).

(i) Write the direction ratios of the line passing through A and B. **(Score : 1)**

(ii) Find the vector and Cartesian equations of the line through A and B. **(Scores : 4)**

OR

(a) Write the direction cosines of the normal of the plane $x + y + z = 1$. **(Score : 1)**

(b) Find the distance of the point (2, 5, –3) from the plane $x + y + z = 1$. **(Scores : 4)**

17. Tailor Raju is available on daily wages ` 600 per day and Somu on ` 620 per day. Raju can stitch 6 shirts and 5 pants per day while Somu can stitch 10 shirts and 3 pants per day. In order to stitch 60 shirts and 40 pants in the minimum cost of production, how many days each Raju and Somu should work ? What should be the minimum cost of production ? **(Scores : 4)**

16. A(2, 3, 1), B(3, – 4, 5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽകൂടി കടന്നു പോകുന്ന വരയുടെ ഡയറക്ഷൻ റേഷ്യോകൾ എഴുതുക. **(സ്കോർ : 1)**

(ii) A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വരയുടെ വെക്ടർ സമവാക്യവും കാർട്ടീഷ്യൻ സമവാക്യവും കാണുക. **(സ്കോർസ് : 4)**

അല്ലെങ്കിൽ

(a) $x + y + z = 1$ എന്ന തലത്തിന്റെ നോർമലിന്റെ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈൻസ് എഴുതുക. **(സ്കോർ : 1)**

(b) $x + y + z = 1$ എന്ന തലത്തിൽ നിന്നും (2, 5, –3) എന്ന ബിന്ദുവിലേയ്ക്കുള്ള അകലം കാണുക. **(സ്കോർസ് : 4)**

17. ഒരു ദിവസത്തേക്ക് ടെയിലർ രാജുവിന് 600 രൂപയും, സോമുവിന് 620 രൂപയുമാണ് ചാർജ്ജ്. രാജു ഒരു ദിവസം 6 ഷർട്ടും 5 പാന്റും തയ്ക്കും. സോമുവാകട്ടെ 10 ഷർട്ടും 3 പാന്റും തയ്ക്കും. നിർമ്മാണച്ചിലവ് ഏറ്റവും കുറയത്തക്കവിധത്തിൽ 60 ഷർട്ടും 40 പാന്റും തയ്ക്കാൻവേണ്ടി, രാജുവും സോമുവും എത്ര ദിവസം പണിയെടുക്കണം ? ഏറ്റവും കുറവ് നിർമ്മാണച്ചിലവ് എത്ര ? **(സ്കോർസ് : 4)**