Reg. No. : ....

Code No. 7053

Name : ....

Second Year – JUNE 2017
SAY/IMPROVEMENT

Time : 2½ Hours
Cool-off time : 15 Minutes

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Maximum : 80 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are not allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool-off time'.
- Use the 'cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

നിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയ വിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യ നമ്പരിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

1. (i) The condition for a function f from $x \to y$ is an onto function,

   (a) range of f = co-domain of f

   (b) range of f = domain of f

   (c) range of f $\neq$ domain of f

   (d) range of f $\neq$ co-domain of f **(Score : 1)**

   (ii) If $f : R \to R$ and $g : R \to R$ are defined by $f(x) = x + 1$ and $g(x) = x^2$. Find fog and gof. **(Scores : 2)**

   (iii) Let $f : R \to R$ be a function defined by $f(x) = 3x + 2$, show that f is a bijective function. **(Scores : 2)**

2. (i) The principal value of $\cot^{-1}(\sqrt{3})$ is

   (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{2}$

   (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{4}$ **(Score : 1)**

   (ii) Solve : $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$ **(Scores : 3)**

3. (i) If A is a matrix of order 5×4 and B is a matrix of order 4×7, then the matrix AB has order

   (a) 4×4 (b) 5×7

   (c) 7×5 (d) 5×4 **(Score : 1)**

   (ii) If $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ then find $(A + 2B)'$ **(Scores : 2)**

   (iii) Find A^{-1}, if $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ **(Scores : 2)**

4. (i) The matrix $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ is a _______ matrix.

   (a) Symmetric (b) Skew-symmetric

   (c) Singular (d) Non-singular **(Score : 1)**

   (ii) Prove that $\begin{vmatrix} x + y + 2z & x & y \\ z & y + z + 2x & y \\ z & x & z + x + 2y \end{vmatrix} = 2(x + y + z)^3$ **(Scores : 3)**

1. (i) x ൽ നിന്നും y ലേയ്ക്കുള്ള ഒരു ഫംഗ്ഷൻ f ഓൺടു ഫംഗ്ഷൻ ആകുന്നതിനുള്ള നിബന്ധന

(a) range of f = co-domain of f

(b) range of f = domain of f

(c) range of f ≠ domain of f

(d) range of f ≠ co-domain of f **(സ്കോർ : 1)**

(ii) f : R → R, g : R → R എന്നിവ നിർവ്വചിച്ചിട്ടുള്ളവയാണ് $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$ എങ്കിൽ fog യും gof ഉം കാണുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(iii) f : R → R എന്ന ഫംഗ്ഷൻ നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്നത് $f(x) = 3x + 2$ എന്നാണ്. f ഒരു ബൈജക്റ്റീവ് ഫംഗ്ഷനാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

2. (i) $\cot^{-1}(\sqrt{3})$ ന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വാല്യുവാണ് ________

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{2}$

(c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{4}$ **(സ്കോർ : 1)**

(ii) $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$ എന്നത് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

3. (i) A എന്നത് 5 × 4 ഓർഡറിലുള്ള ഒരു മാട്രിക്സും B എന്നത് 4 × 7 ഓർഡറിലുള്ള ഒരു മാട്രിക്സുമാണെങ്കിൽ AB എന്ന മാട്രിക്സിന്റെ ഓർഡർ

(a) 4 × 4 (b) 5 × 7

(c) 7 × 5 (d) 5 × 4 **(സ്കോർ : 1)**

(ii) $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ എന്നിവയാണെങ്കിൽ (A + 2B)' കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(iii) $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ എങ്കിൽ A^{-1} കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

4. (i) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ എന്ന മാട്രിക്സ് ഒരു ________ മാട്രിക്സ് ആണ്.

(a) സിമ്മട്രിക് (b) സ്ക്യൂ-സിമ്മട്രിക്

(c) സിംഗുലർ (d) നോൺ-സിംഗുലർ **(സ്കോർ : 1)**

(ii) $\begin{vmatrix} x + y + 2z & x & y \\ z & y + z + 2x & y \\ z & x & z + x + 2y \end{vmatrix} = 2(x + y + z)^3$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

(സ്കോർസ് : 3)

5. (i) The value of $\begin{vmatrix} \sin 80^\circ & -\cos 80^\circ \\ \sin 10^\circ & \cos 10^\circ \end{vmatrix}$ is

(a) 0 (b) 1

(c) –1 (d) None of these **(Score : 1)**

(ii) Using matrix method, solve the system of equations

$2x + 3y + 3z = 5$

$x - 2y + z = -4$

$3x - y - 2z = 3$ **(Scores : 4)**

6. (i) Examine the continuity of the function **(Score : 1)**

$f(x) = \frac{1}{x+5}, x \in R, x \neq -5$

(ii) Find the points of discontinuity of the function $\frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 - 5x + 6}$. **(Scores : 2)**

7. (i) If $y = e^{2x + \log x}$, find $\frac{dy}{dx}$ **(Scores : 2)**

(ii) If $x = at^2$, $y = 2at$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$ **(Scores : 3)**

(iii) Verify the mean value theorem for the function $f(x) = x(x - 2)$, $x \in [1, 3]$. **(Scores : 3)**

8. If a manufacturer's total cost function is $c(x) = 1500 + 30x + x^2$, then

(i) Find the cost function when $x = 5$ units. **(Score : 1)**

(ii) Find the marginal cost function. **(Score : 1)**

(iii) Find the marginal cost when $x = 20$ units. **(Scores : 2)**

OR

(i) The function $f(x) = x^2$ in $(-\infty, 0)$ is ______ .

(a) increasing

(b) decreasing

(c) neither increasing nor decreasing

(d) constant **(Score : 1)**

(ii) Find the equations of tangent and normal to the given curve $y = x^3$ at (1, 1).

(Scores : 3)

5. (i) $\begin{vmatrix} \sin 80° & -\cos 80° \\ \sin 10° & \cos 10° \end{vmatrix}$ യുടെ വില _______ ആണ്.

(a) 0 (b) 1

(c) −1 (d) ഇവയൊന്നുമല്ല **(സ്കോർ : 1)**

(ii) മാട്രിക്സ് രീതി ഉപയോഗിച്ച്

$2x + 3y + 3z = 5$

$x - 2y + z = -4$

$3x - y - 2z = 3$

എന്നിവ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. **(സ്കോർസ് : 4)**

6. (i) $f(x) = \frac{1}{x + 5}$, $x \in R, x \neq -5$ എന്ന ഫംഗ്ഷന്റെ കണ്ടിന്യുവിറ്റി പരിശോധിക്കുക.

(സ്കോർ : 1)

(ii) $\frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 - 5x + 6}$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ ഡിസ്കണ്ടിന്യുസ് ആകുന്ന എല്ലാ പോയിന്റുകളും കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

7. (i) $y = e^{2x + \log x}$ ആണെങ്കിൽ $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(ii) $x = at^2$, $y = 2at$ എന്നിവയാണെങ്കിൽ $\frac{d^2y}{dx^2}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

(iii) $f(x) = x(x - 2)$, $x \in [1, 3]$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ മീൻ വാല്യു തിയറം അനുസരിക്കു-ന്നുണ്ടോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

8. ഒരു ഉല്പാദകന്റെ ടോട്ടൽ കോസ്റ്റ് ഫംഗ്ഷൻ $c(x) = 1500 + 30x + x^2$ എങ്കിൽ

(i) $x = 5$ യൂണിറ്റ് ആകുമ്പോഴുള്ള കോസ്റ്റ് ഫംഗ്ഷൻ കാണുക. **(സ്കോർ : 1)**

(ii) മാർജിനൽ കോസ്റ്റ് ഫംഗ്ഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർ : 1)**

(iii) $x = 20$ യൂണിറ്റ് ആകുമ്പോഴുള്ള മാർജിനൽ കോസ്റ്റ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

അല്ലെങ്കിൽ

(i) $f(x) = x^2$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ $(-\infty, 0)$ എന്ന ഇന്റർവെലിൽ ______ ആണ്.

(a) ഇൻക്രീസിംഗ്

(b) ഡിക്രീസിംഗ്

(c) ഇൻക്രീസിങ്ങോ ഡിക്രീസിങ്ങോ അല്ല

(d) സ്ഥിരസംഖ്യ **(സ്കോർ : 1)**

(ii) തന്നിരിക്കുന്ന $y = x^3$ എന്ന വക്രത്തിന്റെ (1, 1) എന്ന ബിന്ദുവിലുള്ള തൊടുവര-യുടെയും നോർമലിന്റെയും സമവാക്യങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

9. (i) $\int \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$ is ________.

(a) $\frac{1}{2\sqrt{x}} + c$ (b) $2\sqrt{x} + c$

(c) $\sqrt{x} + c$ (d) $\log|x| + c$ **(Score : 1)**

(ii) Evaluate $\int \sin^3 x\,dx$ **(Scores : 2)**

(iii) Evaluate $\int x \log x\,dx$ **(Scores : 2)**

OR

(i) $\int_0^1 e^x\,dx =$ ________.

(a) e (b) e + 1

(c) e – 1 (d) 0 **(Score : 1)**

(ii) Show that $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x\,dx = \frac{\pi}{4}$ **(Scores : 2)**

(iii) Evaluate $\int_0^1 x\, e^x\,dx$ **(Scores : 2)**

10. Consider the curves $y = x^2$ and $y^2 = 8x$

(i) Find the x co-ordinates of points of intersection of the given two curves. **(Score : 1)**

(ii) Find the area of the region enclosed by the given two curves. **(Scores : 3)**

11. Consider the differential equation $x\frac{dy}{dx} + y = x \log x$

(i) Write the differential equation in linear form. **(Score : 1)**

(ii) Find the integrating factor of the differential equation. **(Score : 1)**

(iii) Hence solve the differential equation. **(Scores : 2)**

12. (i) Let A(1, 2, 4) and B(2, –1, 3) be two points

(a) Find $\overrightarrow{AB}$ **(Score : 1)**

(b) Find a unit vector in the direction of $\overrightarrow{AB}$. **(Scores : 2)**

(ii) Prove that $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = 0$ **(Scores : 3)**

9. (i) $\int \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx =$ _______ ആണ്.

(a) $\frac{1}{2\sqrt{x}} + c$ (b) $2\sqrt{x} + c$

(c) $\sqrt{x} + c$ (d) $\log|x| + c$ **(സ്കോർ : 1)**

(ii) $\int \sin^3 x\,dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(iii) $\int x \log x\,dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

അല്ലെങ്കിൽ

(i) $\int_0^1 e^x\,dx =$ _______

(a) e (b) e + 1

(c) e – 1 (d) 0 **(സ്കോർ : 1)**

(ii) $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x\,dx = \frac{\pi}{4}$ കാണുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(iii) $\int_0^1 x\ e^x\,dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

10. $y = x^2$, $y^2 = 8x$ എന്നീ രണ്ട് വക്രങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) തന്നിരിക്കുന്ന രണ്ട് വക്രങ്ങളുടെയും സംഗമ ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർ : 1)**

(ii) പ്രസ്തുത രണ്ടു വക്രങ്ങളും തമ്മിൽ ചുറ്റപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടാകുന്ന റീജിയന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

11. $x\frac{dy}{dx} + y = x \log x$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യം പരിഗണിക്കുക.

(i) ഈ ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തെ ലീനിയർ രൂപത്തിൽ എഴുതുക. **(സ്കോർ : 1)**

(ii) ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഇന്റഗ്രേറ്റിംഗ് ഫാക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർ : 1)**

(iii) ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

12. (i) A(1, 2, 4), B(2, –1, 3) എന്നീ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക.

(a) $\overrightarrow{AB}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർ : 1)**

(b) $\overrightarrow{AB}$ യുടെ ദിശയിലുള്ള യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(ii) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

13. (i) Show that the acute angle between any two diagonals of a cube is $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$. **(Scores : 3)**

(ii) Find the equation of the plane with intercepts 2, 3, 4 on the x, y, z axes respectively. **(Scores : 2)**

OR

(i) Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and

$\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ **(Scores : 3)**

(ii) Find the distance of the plane $2x - 3y + 4z - 6 = 0$ from the origin. **(Scores : 2)**

14. A cloth manufacturing company produces shirts and trousers. Three machines A, B, C be used for the production of these clothes. Machines A and C are available for operation atmost 12 hours, whereas B must be operated for atleast 5 hours a day. The time required for construction of one cloth on the 3 machines are given in the following table :

Cloth	Hours required		
	A	B	C
Shirt	3	2	1
Trousers	4	3	2

Company sells are the clothes and get a profit of ₹ 150 and ₹ 200 on a cloth of shirt and trouser respectively. Company wants to know how many number of each item to be produced to maximize the profit ?

To formulate a linear programming problem,

(i) Write the objective function **(Score : 1)**

(ii) Write all constraints **(Scores : 3)**

13. (i) ഒരു ക്യൂബിന്റെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് വികർണ്ണങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ന്യൂനകോൺ $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

(ii) x, y, z അക്ഷങ്ങളിലെ ഇന്റർസെപ്റ്റുകൾ യഥാക്രമം 2, 3, 4 ആയ ഒരു പ്ലെയിനിന്റെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

അല്ലെങ്കിൽ

(i) $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$,

$\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ എന്നീ രേഖകൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

(ii) മൂലബിന്ദുവിൽ നിന്നും $2x - 3y + 4z - 6 = 0$ എന്ന പ്ലെയിനിലേക്കുള്ള ദൂരം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

14. ഒരു വസ്ത്ര നിർമ്മാണക്കമ്പനി ഷർട്ടുകളും ട്രൗസറുകളും ഉത്പാദിപ്പിക്കുന്നു. A, B, C എന്നീ 3 മെഷീനുകൾ ഉപയോഗിച്ചാണ് തുണികൾ നിർമ്മിക്കുന്നത്. A, C എന്നീ മെഷീനുകൾ ദിവസം 12 മണിക്കൂർ മാത്രമേ പ്രവർത്തിപ്പിക്കാൻ സാധിക്കുകയുള്ളൂ. എന്നാൽ B എന്ന മെഷീൻ 5 മണിക്കൂറെങ്കിലും പ്രവർത്തിപ്പിക്കുകയും വേണം. 3 മെഷീനിലും കൂടി ഒരു വസ്ത്രം നിർമ്മിക്കാനുള്ള സമയം താഴെ പട്ടികപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു :

വസ്ത്രം	ആവശ്യമുള്ള മണിക്കൂർ		
	A	B	C
ഷർട്ട്	3	2	1
ട്രൗസർ	4	3	2

കമ്പനി നിർമ്മിക്കുന്ന എല്ലാ വസ്ത്രങ്ങളും വില്ക്കപ്പെടുകയും ഷർട്ടിന്റെയും ട്രൗസറിന്റേയും വസ്ത്രങ്ങളിൽമേൽ യഥാക്രമം 150 രൂപയും 200 രൂപയും ലാഭവും ലഭിക്കുന്നു. ലാഭം മാക്സിമൈസ് ചെയ്യുന്നതിന് ഓരോ വിഭാഗം വസ്ത്രങ്ങളുടെയും എണ്ണം എത്രവീതം നിർമ്മിക്കണമെന്ന് കമ്പനിക്ക് അറിയേണ്ടതുണ്ട്.

ഒരു ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലം രൂപപ്പെടുത്തുവാൻ

(i) ഒബ്ജക്റ്റീവ് ഫംഗ്ഷൻ എഴുതുക **(സ്കോർ : 1)**

(ii) എല്ലാ കൺസ്ട്രെയിനുകളും എഴുതുക **(സ്കോർസ് : 3)**

15. Consider the linear programming problem :

Maximize $Z = 3x + 2y$

Subject to

$x + 2y \leq 10$

$3x + y \leq 15$

$x, y \geq 0$

(i) Draw the graphs of the lines $x + 2y = 10$ and $3x + y = 15$ in the same plane. **(Scores : 2)**

(ii) Solve this linear programming problem graphically. **(Scores : 2)**

16. Two students A and B appearing an examination, such that the probability of passing the examination of A is $\frac{3}{7}$ and that of B is $\frac{5}{7}$.

(i) Find the probability of A and B not passing the examination. **(Score : 1)**

(ii) Find the probability that exactly one of them passing the examination. **(Scores : 2)**

(iii) Find the probability that both A and B passing the examination. **(Scores : 2)**

17. A random variable x has the following probability distribution :

x	0	1	2	3	4
$P(x)$	0	k	2k	3k	4k

(i) Find the value of k. **(Score : 1)**

(ii) Find $P(x < 3)$. **(Scores : 2)**

(iii) Find the mean of the random variable x. **(Scores : 2)**

15. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലം പരിഗണിക്കുക :

Maximize $Z = 3x + 2y$

Subject to

$x + 2y \leq 10$

$3x + y \leq 15$

$x, y \geq 0$

(i) $x + 2y = 10$, $3x + y = 15$ എന്നീ രേഖകളുടെ ഗ്രാഫ് ഒരേ പ്ലെയിനിൽ വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർസ് : 2)

(ii) ഗ്രാഫുപയോഗിച്ച് ഈ ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

(സ്കോർസ് : 2)

16. A, B എന്നീ 2 വിദ്യാർത്ഥികൾ ഒരു പരീക്ഷയിൽ പങ്കെടുക്കുന്നു. A എന്ന വിദ്യാർത്ഥി പരീക്ഷയിൽ ജയിക്കുന്നതിനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി $\frac{3}{7}$ ഉം B എന്ന വിദ്യാർത്ഥി ജയിക്കുന്ന-തിനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി $\frac{5}{7}$ ഉം ആണ്.

(i) A യും B യും പരീക്ഷയിൽ ജയിക്കാതിരിക്കുന്നതിനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർ : 1)**

(ii) ഒരാൾ മാത്രം പരീക്ഷയിൽ ജയിക്കാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കണ്ടുപിടിക്കുക.

(സ്കോർസ് : 2)

(iii) രണ്ടുപേരും പരീക്ഷയിൽ ജയിക്കാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കണ്ടുപിടിക്കുക.

(സ്കോർസ് : 2)

17. x എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു :

x	0	1	2	3	4
$P(x)$	0	k	2k	3k	4k

(i) k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർ : 1)**

(ii) $P(x < 3)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(iii) x എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ മീൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, JUNE 2017
(Finalised Scheme of Valuation)

Subject: Mathematics (Commerce) **Code No: 7053**

Qn.No	Scoring Indicators	Split Score	Total Score
1 (i)	(a) Range of f = Codomain of 'f'	1	1
(ii)	$f(x) = x+1$, $g(x) = x^2$		
	$fog(x) = f[g(x)] = f[x^2] = x^2+1$	1	2
	$gof(x) = g[f(x)] = g[x+1] = (x+1)^2$	1	
(iii)	$f(x) = 3x+2$		
	Domain of f = Range of f = R		(5)
	$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow 3x_1+2 = 3x_2+2$ $\Rightarrow x_1 = x_2$	1	
	$\therefore$ f is 1-1		2
	Let $y = 3x+2$		
	$\Rightarrow x = \frac{y-2}{3}$	1	
	$\Rightarrow f(x) = f\left[\frac{y-2}{3}\right] = 3\left[\frac{y-2}{3}\right]+2$		
	$\Rightarrow f(x) = y$		
	$\therefore$ f is onto		
	Remarks:- (ii) $fog(x) = f[g(x)]$, $gof(x) = g[f(x)]$ give 1 mark		
	(iii) If f is 1-1 & onto give 1 score.		
2	(i) (c) $\pi/6$	1	1
	(ii) $\tan^{-1}\left[\frac{2x+3x}{1-2x\cdot 3x}\right] = \pi/4$	1	

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, JUNE 2017

Qn. No	Sub Qns	Answer Key / Value points	Score	Total
		$\frac{5x}{1-6x^2} = \tan\pi/4 = 1$	1	
		$\Rightarrow 6x^2+5x-1=0$	½	
		$(6x-1)(x+1)=0 \Rightarrow x=1/6$ or $x=-1$	½	3
		$x=-1$ is not acceptable.		④
		$\therefore x=1/6$ is the solution	½	
3	(i)	(b) 5×7	1	1
	(ii)	$(A+2B)' = A'+2B'$ $= \begin{bmatrix}-2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 0 & 2\end{bmatrix}$	1	2
		$= \begin{bmatrix}-2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-2 & 2\\ 0 & 4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4 & 5\\ 1 & 6\end{bmatrix}$	1	
		Remark: $A+2B = \begin{bmatrix}-4 & 3\\ 3 & 6\end{bmatrix}$ give full score.		⑤
	(iii)	$A = \begin{bmatrix}-2 & 1\\ 2 & 3\end{bmatrix}$, $\lvert A\rvert = -6-2=-8$	½	
		$A^{-1} = \frac{1}{\lvert A\rvert}\cdot(\text{adj } A)$	½	2
		$A^{-1} = \frac{1}{-8}\begin{bmatrix}3 & -1\\ -2 & -2\end{bmatrix}$	1	
		Remarks:- Any other method give full score		
4	(i)	(c) singular	1	1

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, JUNE 2017

Qn. No	Sub Qns	Answer Key / Value points	Score	Total
	(ii)	$\begin{vmatrix} 2x+2y+2z & x & y \\ 2x+2y+2z & y+z+2x & y \\ 2x+2y+2z & x & z+x+2y \end{vmatrix}$ $C_1 \to C_1+C_2+C_3$	1	
		$=(2x+2y+2z)\begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & y+z+2x & y \\ 1 & x & z+x+2y \end{vmatrix}$	1	④
		$=2(x+y+z)\begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 0 & y+z+x & 0 \\ 0 & 0 & z+x+y \end{vmatrix}$	½	3
		$(R_2 \to R_2-R_1,\ R_3 \to R_3-R_1)$		
		$=2(x+y+z)\begin{vmatrix} y+z+x & 0 \\ 0 & z+x+y \end{vmatrix}$	½	
		$=2(x+y+z)^3$	1	
5	(i)	(b) 1		
	(ii)	$A=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ $X=\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$	1	1
		$\lvert A\rvert=\begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix}=40 \neq 0$	½	
		$\text{adj } A=\begin{bmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 5 & -13 & 1 \\ 5 & 11 & -7 \end{bmatrix}$	1	
		$A^{-1}=\frac{1}{\lvert A\rvert}\text{adj } A=\frac{1}{40}\begin{bmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 5 & -13 & 1 \\ 5 & 11 & -7 \end{bmatrix}$	1	

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, JUNE 2017

Qn. No	Sub Qns	Answer Key / Value points	Score	Total
		$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{40}\begin{bmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 5 & -13 & 1 \\ 5 & 11 & -7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$		4 (5)
		$x = 1, \quad y = 2, \quad z = -1$	½	
6	(i)	Not continuous	1	1
	(ii)	When $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = \{2, 3\}$	1	2 (3)
		f(x) is discontinuous at $x = 2$ and $x = 3$	1	
7	(i)	$y = e^{2x + \log x} = e^{2x} \cdot e^{\log x} = e^{2x} \cdot x$.	1	
		$\frac{dy}{dx} = e^{2x} \cdot 1 + x \cdot e^{2x} \cdot 2$	½	2
		$= e^{2x}[1 + 2x]$	1	
		Remarks:- using chain rule $\frac{dy}{dx} = e^{2x+\log x} \cdot (2 + 1/x)$ OR use logarithmic differentiation give full score		
	(ii)	$x = at^2, \ y = 2at$		
		$\frac{dx}{dt} = 2at, \ \frac{dy}{dt} = 2a$	1	
		$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = 1/t$	1	3
		Diff w.r.t 'x'		

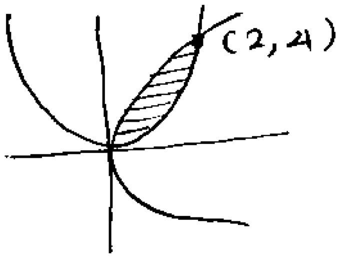
$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{t}\right) \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{-1}{t^2} \times \frac{1}{2at}$$

$$= -1/2at^3 \qquad 1$$

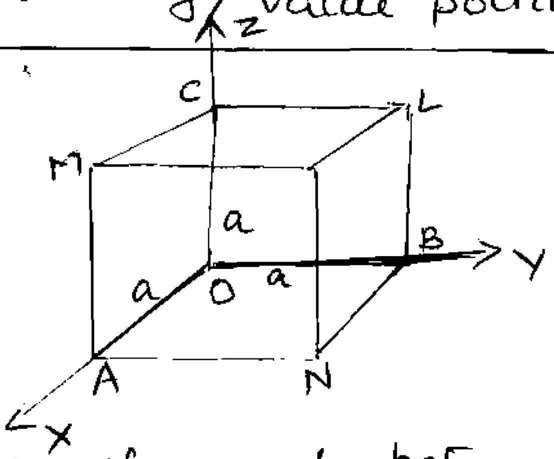
Remark: For formula give ½ score

Qn no:	Sub Qns	Answer Key / Value points		
	iii	$f(x) = x(x-2) = x^2-2x$		
		$f'(x) = 2x-1 = 2(x-1)$		
		Since $f'(x)$ exist, f is differentiable on (1, 3), the conditions of MVT are satisfied	1	
		$f(a) = -1$, $f(b) = 3$	1	(8) 3
		$f'(c) = \frac{f(b)-f(c)}{b-c} = \frac{3+1}{2} \Rightarrow 2(c-1) = \frac{4}{2}$	½	
		$\Rightarrow c-1 = 1 \Rightarrow c = 2 \in (1, 3)$	½	
		Mean value theorem is satisfied		
8	(i)	Cost function $= 1500+30\times5+5^2$ $= 1500+150+25 = 1675$	1	
	(ii)	Marginal cost function $\frac{dc}{dx} = 30+2x$	1	(4)
	(iii)	Marginal cost when $x = 20$ (MC) at $x = 20 = 30+2(20) = 70$	2	
		(OR)		
	(i)	(b) decreasing	1	1
	(ii)	$y = x^3$ diff w.r.t x, $\frac{dy}{dx} = 3x^2$		
		At (1, 1) $\frac{dy}{dx} = 3\times1^2 = 3$	1	
		At (1,1), slope of the tangent = 3	1	
		Equation of the tangent at (1,1) is $y-1 = 3(x-1) \Rightarrow y = 3x-2$		

Qn no.	Sub Qns	Answer key / Value points	Score	Total
	(iii)	At (1,1) Slope of the normal $= -\frac{1}{3}$ Equation of the normal at (1,1) $y-1 = -\frac{1}{3}(x-1)$ $\Rightarrow x+3y-4=0$ Remark:- For formulae give ½ mark each	1	3 (4)
9	(i)	(b) $2\sqrt{x}+c$	1	1
	(ii)	$\int \sin^3 x = \int \sin^2 x \cdot \sin x\, dx$ $= \int (1-\cos^2 x)\sin x\, dx$ Put $\cos x = t \Rightarrow -dt = \sin x\, dx$ $= \int (1-t^2)(-dt) = \int (t^2-1)\,dt$ $= \left(\frac{t^3}{3} - t\right) + c$ $= \frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + c$ Remark: for alternative method give full score	1 1	2 (5)
	(iii)	$\int x\log x\, dx = \int \log x \cdot x\, dx$ $= \log x \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{1}{x}\cdot\frac{x^2}{2}$ $= \frac{x^2}{2}\log x - \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{2}\right) + c$ $= \frac{x^2}{2}\log x - \frac{x^2}{4} + c$	½ 1 ½	2
		OR		
	(i)	(c) $e-1$	1	1
	(ii)	Let $I = \int_0^{\pi/2} \cos^2 x\, dx$ Also $I = \int_0^{\pi/2} \cos^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)dx = \int_0^{\pi/2} \sin^2 x\, dx$	1	

Qn No:	Sub Qns	Answer key / Value points	Score	Total
		$2I = \int_0^{\pi/2} 1 \, dx = [x]_0^{\pi/2} = \pi/2$		2
		$I = \pi/4$	1	
				(5)
	(iii)	$\int_0^1 x \cdot e^x dx$		
		$\Rightarrow x \cdot e^x - \int 1 \cdot e^x \cdot dx$	1	
		$\Rightarrow x \cdot e^x - e^x + C \Rightarrow e^x [x-1]_0^1$		2
		$\Rightarrow [e(1-1) - e^0 (0-1)] = 0+1 = 1$	1	
10	(i)	Solving $y = x^2$ and $y^2 = 8x$,		
		$x(x^3 - 8) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$		
		when $x = 0$, $y = 0$		
		$x = 2$, $y = 4$		
		Points of intersection are (0,0), (2,4)	1	1
	ii)			
				(4)
		Req. area $= \int_0^2 \sqrt{8x} \, dx - \int_0^2 x^2 dx$	1	
		$= \left[2\sqrt{2} \frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^2$	1	3
		$= \left[\frac{4\sqrt{2}}{3} \cdot 2^{3/2} - \frac{8}{3} \right] = \frac{16}{3} - \frac{8}{3}$	½	
		$= 8/3$ sq. units	½	
		Remarks: For fig only give ½ score		

Qn no:	Sub Qns	Answer key/Value points	Score	Total
11	(i)	$\frac{dy}{dx} + \left(\frac{1}{x}\right)y = \log x$	1	1
	(ii)	Integrating factor, $e^{\int P dx}$		
		$P = 1/x$, $Q = \log x$		(4)
		$I.F = e^{\log x} = x.$	1	1
	(iii)	Solution is $y(IF) = \int Q(IF) + c$	1	
		$\Rightarrow xy = \int x \log x \, dx$		2
		$\Rightarrow xy = \frac{1}{2}\left[x^2 \log x - \frac{x^2}{2}\right] + c$	1	
		Remark :- For formulae give ½ score each		
12	(i)	$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$		
		$= (2\bar{i} - \bar{j} + 3\bar{k}) - (\bar{i} + 2\bar{j} + 4\bar{k})$		
		$= (\bar{i} - 3\bar{j} - \bar{k})$	1	1
	(ii)	Unit vector along $\vec{AB} = \frac{\vec{AB}}{\lvert\vec{AB}\rvert}$	1	2
		$= \frac{\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}}{\sqrt{1^2 + (-3)^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{11}}(\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k})$	1	(6)
	(iii)	$\vec{a}\cdot(\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$		
		$= \vec{a}\cdot\{\vec{b}\times\vec{a} + \vec{b}\times\vec{b} + \vec{b}\times\vec{c} + \vec{c}\times\vec{a} + \vec{c}\times\vec{b} + \vec{c}\times\vec{c}\}$	1	
		$= \vec{a}\cdot\{\vec{b}\times\vec{a} + \vec{b}\times\vec{c} + \vec{c}\times\vec{a} + \vec{c}\times\vec{b}\}$		3
		$= \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{a}) + \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) + \vec{a}\cdot(\vec{c}\times\vec{a}) + \vec{a}\cdot(\vec{c}\times\vec{b})$	1	
		$= [\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{a}] + [\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}] + [\vec{a}\,\vec{c}\,\vec{a}] + [\vec{a}\,\vec{c}\,\vec{b}]$		
		$= [\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}] - [\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}] = 0$	1	

Qn nos	Sub Qns	Answer key / Value points	Score	Total
13	(i)		1	
		Let θ be the angle between any two diagonals of the cube		
		$\cos\theta = \left\lvert \dfrac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}} \right\rvert$	1	3
		$= \left\lvert \dfrac{-a\cdot a + a\cdot(-a) + a\cdot a}{\sqrt{3a^2}\ \sqrt{3a^2}} \right\rvert = \left\lvert \dfrac{-a^2}{3a^2} \right\rvert = \dfrac{1}{3}$	1	(5)
		$\therefore\ \theta = \cos^{-1}(1/3)$		
	(ii)	Equation of the plane in intercept form is $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$	1	2
		$\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{4} = 1 \Rightarrow 6x + 4y + 3z = 12$	1	
		OR		
	(i)	$\vec{a}_1 = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b}_1 = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ $\vec{a}_2 = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b}_2 = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$	1	
		$\vec{a}_2 - \vec{a}_1 = \hat{i} - 3\hat{j}$, $\vec{b}_1 \times \vec{b}_2 = -3\hat{i} + 3\hat{k}$	1	3
		$\lvert \vec{b}_1 \times \vec{b}_2 \rvert = \sqrt{18}$		
		$S.D = \left\lvert \dfrac{(\vec{a}_2 - \vec{a}_1)\cdot(\vec{b}_1 \times \vec{b}_2)}{\lvert \vec{b}_1 \times \vec{b}_2 \rvert} \right\rvert = \left\lvert -3/\sqrt{18} \right\rvert = \dfrac{3}{\sqrt{18}}$	1	

Qn no's	Sub Qns	Answer key / value points	Score	Total
	(ii)	Given plane $2x-3y+4z=6$ The ⊥r distance from origin is $\frac{\lvert d\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{\lvert 6\rvert}{\sqrt{2^2+(-3)^2+4^2}}$ $= \qquad = \frac{6}{\sqrt{29}}$	1 1	2 ⑤
14	(i)	Let the number of shirts be 'x' & pants be y		
		(see cloth table below)		
	(i)	The objective function is $Z = 150x + 200y$	1	
	(ii)	Constraints are $3x+4y \leq 12$ $2x+3y \geq 5$ $x+2y \leq 12$ $x, y \geq 0$	3	④
15	(i)	$x+2y=10$; $3x+y=15$ (see tables below)		

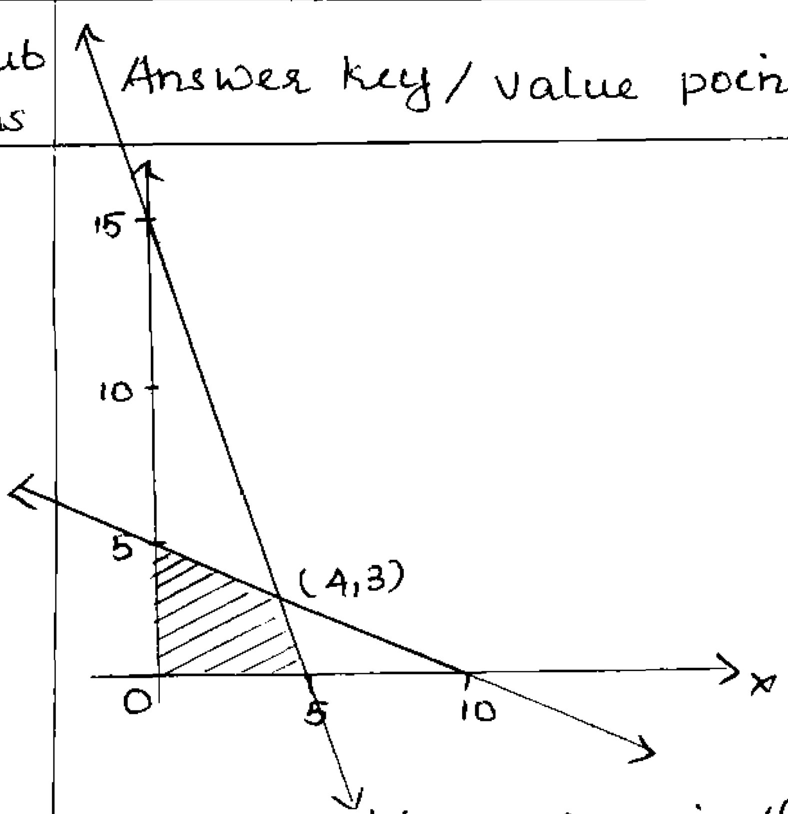
Cloth	No: of Cl. pieces	Item req A	Item req B	Item req C	Profit
shirt	x	3	2	1	150
Pant	y	4	3	2	200

$x+2y=10$

x	0	10
y	5	0

$3x+y=15$

x	0	5
y	15	0

<table>
<tr><th>Qn nos</th><th>Sub Qns</th><th>Answer key / value points</th><th>Score</th><th>Total</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>(ii)</td><td>The feasible region is the shaded region in the figure
<table><tr><th>Corner points</th><th>z = 3x+2y</th></tr><tr><td>A (5,0)</td><td>z = 15</td></tr><tr><td>B (4,3)</td><td>z = 18</td></tr><tr><td>C (0,5)</td><td>z = 10</td></tr></table></td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Maximum value of z is 18 at (4,3)</td><td>1</td><td>(4)</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Remark:- For axis ½ marks each. Any two correct two corner pts give 1 mark</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>16</td><td>(i)</td><td>$P(A') = 4/7$ $P(B') = 2/7$</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>(ii)</td><td>P(only one of them passing)
$= P(AB' \cup A'B)$
$= P(A)\cdot P(B') + P(A')\cdot P(B)$
$= \frac{3}{7} \times \frac{2}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{26}{49}$</td><td>1
1</td><td>2
(5)</td></tr>
<tr><td></td><td>(iii)</td><td>P(both of them passing) $= P(A \cap B)$
$= P(A)\cdot P(B) = \frac{3}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{49}$</td><td>1
1</td><td>2</td></tr>
</table>

Qn nos	Sub Qns	Answer key / Value Points	Score	Total
17	(i)	$0+k+2k+3k+4k=1$		
		$\Rightarrow 10k=1 \Rightarrow k=1/10$	1	1
	(ii)	$P(X<3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$	1	2
		$=0+k+2k=\frac{1}{10}+\frac{2}{10}=\frac{3}{10}$	1	
	(iii)	Mean of the random variable		(5)
		$E(X)=0+1\times\frac{1}{10}+2\times\frac{2}{10}+3\times\frac{3}{10}+4\times\frac{4}{10}$	1	2
		$=\frac{1}{10}[1+4+9+16]=\frac{30}{10}=3$	1	

1. Beena Mathew
Mar Basil HSS
Kothamangalam
Ernakulam (dist)

2. Santhoshkumar. S
DVMNNM HSS. Maranalloor
Trivandrum Dist (Mob) 9447000141

3. Jissymol Varghese
Union HSS
Mambra
Thrissur (D)