SECOND YEAR HIGHER SECONDARY SECOND TERMINAL EVALUATION, DECEMBER 2018

Part – III

MATHEMATICS (SCIENCE)

Maximum : 80 Scores

Time : 2½ Hours

Cool-off Time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- *There is a 'Cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.*
- *You are not allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool off time'.*
- *Use the 'Cool off time' to get familiar with questions and to plan your answers.*
- *Read questions carefully before answering.*
- *All questions are compulsory and only internal choice is allowed.*
- *When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.*
- *Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.*
- *Malayalam version of the questions is also provided.*
- *Give equations wherever necessary.*
- *Electronic devices except non programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.*

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട 2½ മണിക്കൂർ സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിട്ട് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയവിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യനമ്പരിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Score

Answer any six from 1 to 7. Each question carries 3 score. (6×3=18)

1. $\vec{a} = i + 2j - k$ then

   a) Write the magnitude of $\vec{a}$ (1)

   b) Write a unit vector in the direction of $\vec{a}$ (1)

   c) Write the direction cosines of $\vec{a}$. (1)

2. Construct A 3 × 2 matrix $A = [a_{ij}]$ whose elements are given by

   $$a_{ij} = \frac{|i - 3j|}{2}$$ (3)

3. If the function $f : R \to R$ be given by $f(x) = 8x^3$ and $g : R \to R$ be given by $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$. Find f o g and g o f. (3)

4. Prove that (3)

   $$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$$

5. a) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 + 2x - 8$ in $[-4, 2]$. (2)

   b) Find the point on the curve $f(x) = x^2 + 2x - 8$ at which tangent is parallel to x axis. (1)

Score

1 മുതൽ 7 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിനു മാത്രം ഉത്തരമെഴുതുക. ഓരോ ചോദ്യത്തിനും 3 സ്കോർ വീതം. (6×3=18)

1. $\vec{a} = i + 2j - k$ ആയാൽ

   a) $\vec{a}$ യുടെ മാഗ്നിട്യൂഡ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

   b) $\vec{a}$ യുടെ അതേ ദിശയിലുള്ള യൂണിറ്റ് വെക്ടർ എഴുതുക. (1)

   c) $\vec{a}$ യുടെ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈൻസ് എഴുതുക. (1)

2. $A = \left[a_{ij}\right], a_{ij} = \frac{|i - 3j|}{2}$ ആകും വിധം A എന്ന 3 × 2 മെട്രിക്സ് നിർമിക്കുക. (3)

3. f, g എന്നീ ഫംഗ്ഷനുകൾ യഥാക്രമം $f : R \to R, f(x) = 8x^3$ ഉം $g : R \to R$, $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$ ആയാൽ f o g യും g o f ഉം കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

4. $$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$$

   എന്നു തെളിയിക്കുക. (3)

5. a) $f(x) = x^2 + 2x - 8$ എന്ന ഫംഗ്ഷന് $[-4, 2]$ എന്ന ഇന്റർവെലിൽ റോൾ സിദ്ധാന്തം ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (2)

   b) $f(x) = x^2 + 2x - 8$ എന്ന വക്രത്തിന് x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ടാൻജെന്റ് ഏതു ബിന്ദുവിലാണെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

Score

6. Using limit of a sum, evaluate $\int_0^2 x^2\,dx$. (3)

7. Using integrals find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = a^2$. (3)

Answer any eight from questions 8 to 17. Each question carries four scores. **(8×4=32)**

8. Express the given matrix as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix

$$A=\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$ (4)

9. Let $*$ be an operation on $A = \{1, 2, 3, 6\}$ defined by $a * b = LCM\ of\ (a, b)$, for all $a, b \in A$.

   a) Draw a binary operation table for $*$ on the set A. (2)

   b) Find the identity element of $*$ if any. (1)

   c) Which elements of A are invertible ? (1)

10. Consider the function (4)

$$f(x)=\begin{cases} kx+1 & if\ x \leq \pi \\ \cos x & if\ x > \pi \end{cases}$$ Find the value of k so that f(x) is continuous at $x = \pi$.

Score

6. $\int_0^2 x^2\,dx$ ന്റെ വില ലിമിറ്റ് ഓഫ് സം ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുക. (3)

7. $x^2 + y^2 = a^2$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ഇന്റഗ്രേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുക. (3)

8 മുതൽ 17 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിനു മാത്രം ഉത്തരമെഴുതുക. ഓരോ ചോദ്യത്തിനും 4 സ്കോർ വീതം. **(8×4=32)**

8. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന മെട്രിക്സിനെ ഒരു സിമെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും സ്ക്യൂ സിമെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക.

$$A=\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$ (4)

9. $A = \{1, 2, 3, 6\}$ എന്ന ഗണത്തിൽ $*$ എന്ന ക്രിയയെ $a * b = a, b$ ഇവയുടെ LCM എന്നു നിർവചിക്കുന്നു, എല്ലാ $a, b \in A$.

   a) $*$ ന്റെ ബൈനറി ഓപറേഷൻ ടേബിൾ നിർമ്മിക്കുക. (2)

   b) $*$ ന് ഐഡന്റിറ്റി എലമെന്റ് ഉണ്ടെങ്കിൽ കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക. (1)

   c) A യിലെ ഇൻവെർട്ടിബിൾ ആയ എലമെന്റുകൾ എഴുതുക. (1)

10. $f(x)=\begin{cases} kx+1 & if\ x \leq \pi \\ \cos x & if\ x > \pi \end{cases}$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ പരിഗണിക്കുക. $x = \pi$ എന്ന ബിന്ദുവിൽ f(x) കണ്ടിന്യുവസ് ഫംഗ്ഷനാകും വിധം k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (4)

Score

11. a) The principal value of $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ is ______ **(1)**

b) Write $tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right], x \neq 0$ in the simplest form. **(3)**

12. Evaluate the following integrals

a) $\int \frac{dx}{x + x\log x}$ **(2)**

b) $\int \frac{dx}{9x^2 + 6x + 5}$ **(2)**

13. a) If $\vec{a}$ has magnitude 6 units, which makes an angle 60° with the $\vec{b}$ then the projection of $\vec{a}$ on $\vec{b}$ is ____________ **(1)**

b) Find the projection of the vector $\vec{a} = 2i + 3j + 2k$ on $\vec{b} = i + 2j + k$. **(3)**

14. a) Find the intervals in which the function $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ is strictly increasing or decreasing. **(2)**

b) Find the points of local maximum and local minimum of the above function. **(2)**

Score

11. a) $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ ന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വില = ____________ **(1)**

b) $tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right], x \neq 0$ നെ ഏറ്റവും ലളിതമായ രൂപത്തിൽ എഴുതുക. **(3)**

12. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഇന്റഗ്രൽസിന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക.

a) $\int \frac{dx}{x + x\log x}$ **(2)**

b) $\int \frac{dx}{9x^2 + 6x + 5}$ **(2)**

13. a) $\vec{b}$ യുമായി 60°കോണുണ്ടാക്കുന്ന $\vec{a}$ യുടെ മാഗ്നിട്യൂഡ് 6 യൂണിറ്റാണ്. എങ്കിൽ $\vec{a}$ യുടെ $\vec{b}$ യിൻ മേലുള്ള പ്രൊജക്ഷൻ = ________ **(1)**

b) $\vec{b} = i + 2j + k$ എന്ന വെക്ടറിൻമേലുള്ള $\vec{a} = 2i + 3j + 2k$ എന്ന വെക്ടറിന്റെ പ്രൊജക്ഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

14. a) $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ സ്ട്രിക്റ്റിലി ഇൻക്രീസിങ്ങ് അല്ലെങ്കിൽ ഡിക്രീസിങ്ങ് ആകുന്ന ഇന്റർവെൽ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

b) മേൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഫംഗ്ഷന്റെ ലോക്കൽ മാക്സിമം അല്ലെങ്കിൽ ലോക്കൽ മിനിമം വിലകൾ കിട്ടുന്ന ബിന്ദുക്കൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

Score

15. a) Find the points of intersection of the curves $y = x^2$ and $y^2 = x$. **(1)**

b) Find the area of the region bounded by the above two curves. **(3)**

16. a) Write the order and degree of the differential equation

$$xy\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\frac{dy}{dx} = 0$$ **(2)**

b) Solve the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$$ **(2)**

17. Find the inverse of $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ by row transformation **(4)**

Answer any five from questions 18 to 24. Each question carries six score. (5×6=30)

18. Solve the following system of linear equations using matrix method.

$x - y + 2z = 7$

$3x + 4y - 5z = -5$

$2x - y + 3z = 12$ **(6)**

19. a) Prove that

$$\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) - \sin^{-1}\left(\frac{8}{17}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{84}{85}\right).$$ **(3)**

b) Solve $2\tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2\operatorname{cosec} x)$ **(3)**

Score

15. a) $y = x^2, y^2 = x$ എന്നീ വക്രങ്ങൾ തമ്മിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുക്കൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

b) മേൽപറഞ്ഞ രണ്ടു വക്രങ്ങൾക്കിടയിൽ ഉള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക. **(3)**

16. a) $xy\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\frac{dy}{dx} = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷിയൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഡിഗ്രിയും ഓർഡറും എഴുതുക. **(2)**

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ എന്ന ഡിഫറൻഷിയൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കണ്ടെത്തുക. **(2)**

17. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ ന്റെ ഇൻവെഴ്സ്, റോട്രാൻസ്ഫോർമേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**

18 മുതൽ 24 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിനു മാത്രം ഉത്തരമെഴുതുക. ഓരോ ചോദ്യത്തിനും 6 സ്കോർ വീതം. (5×6=30)

18. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന മെട്രിക്സ് സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം മെട്രിക്സ് രീതിയിൽ കാണുക.

$x - y + 2z = 7$

$3x + 4y - 5z = -5$

$2x - y + 3z = 12$ **(6)**

19. a) $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) - \sin^{-1}\left(\frac{8}{17}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{84}{85}\right)$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

b) $2\tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2\operatorname{cosec} x)$ ന്റെ പരിഹാരം കാണുക. **(3)**

Score

20. a) Find $\frac{dy}{dx}$ if $x=a\left(\cos t+\log\tan\left(\frac{t}{2}\right)\right), y=a\sin t$ (3)

b) If $y = (\tan^{-1} x)^2$, show that $\left(1+x^2\right)^2\frac{d^2y}{dx^2}+2x\left(1+x^2\right)\frac{dy}{dx}=2$ (3)

21. a) Use differentials to approximate $\sqrt{36.6}$. (3)

b) A man of height 2 meters walks at a uniform speed of 5km/h, away from the lamp post which is 6 meters height. Find the rate at which the length of his shadow increases. (3)

22. a) The value of $\int e^x(f(x)+f'(x))dx=$ ____________ (1)

b) Hence evaluate $\int\frac{\left(x^2+1\right)e^x\,dx}{(x+1)^2}$ (2)

c) Evaluate $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$. (3)

23. a) Find the integrating factor of the linear differential equation $\frac{dy}{dx}-y=\cos x$. (2)

b) Solve the above linear differential equation. (4)

Score

20. a) $x=a\left(\cos t+\log\tan\left(\frac{t}{2}\right)\right), y=a\sin t$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണക്കാക്കുക. (3)

b) $y = (\tan^{-1} x)^2$ ആയാൽ, $\left(1+x^2\right)^2\frac{d^2y}{dx^2}+2x\left(1+x^2\right)\frac{dy}{dx}=2$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

21. a) ഡിഫറെൻഷിയൽ ഉപയോഗിച്ച് $\sqrt{36.6}$ന്റെ ഏകദേശ വില കണക്കാക്കുക. (3)

b) 2 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരാൾ 5km/h, വേഗത്തിൽ, 6 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള വിളക്കുകാലിൽ നിന്ന് അകലേക്ക് നടന്നു പോകുന്നു. അയാളുടെ നിഴലിന്റെ നീളം മാറുന്നതിന്റെ തോത് കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

22. a) $\int e^x(f(x)+f'(x))dx$ ന്റെ വില = ____________ (1)

b) മേൽ ഫലം ഉപയോഗിച്ച് $\int\frac{\left(x^2+1\right)e^x\,dx}{(x+1)^2}$ ന്റെ വില കണക്കാക്കുക. (2)

c) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

23. a) $\frac{dy}{dx}-y=\cos x$ എന്ന ലീനിയർ ഡിഫ്ഫെറെൻഷിയൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഇന്റെഗ്രേറ്റിങ്ങ് ഫാക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

b) മേൽ ലീനിയർ ഡിഫ്ഫെറെൻഷിയൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കണ്ടുപിടിക്കുക. (4)

Score

24. $\vec{a} = 3i + j + 4k, \vec{b} = i - j + k$

a) Find a unit vector perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$. (2)

b) Write the area of a triangle with $\vec{a}$ and $\vec{b}$ as its two sides. (1)

c) Find $\vec{c}$ such that the volume of the parallelepiped with $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ as its adjacent sides is 40 cubic unit. (3)

Score

24. $\vec{a} = 3i + j + 4k, \vec{b} = i - j + k$

a) $\vec{a}$ നും $\vec{b}$ നും ലംബമായ ഒരു യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

b) $\vec{a}$, $\vec{b}$ ഇവ വശങ്ങളായി വരുന്ന ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എഴുതുക. (1)

c) $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ ഇവ സമീപ വശങ്ങളായി വരുന്ന പാരലെലൊപിപ്പെഡിന്റെ ഉള്ളളവ് 40 ഘന യൂണിറ്റാകത്തക്ക വിധം $\vec{c}$ എന്ന വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)