Code No. : SY 19

HIGHER SECONDARY
FIRST TERMINAL SECOND YEAR EXAMINATION - 2018-2019
MATHEMATICS (SCIENCE)

Maximum : 80 scores
Time : 2½ Hours
HSE II *Cool off time : 15 minutes*

General Instructions to Candidates:

- *There is a 'Cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time.*
- *Use the 'Cool off time' to get familiar with questions and to plan your answers.*
- *Read the instructions carefully.*
- *Read questions carefully before answering.*
- *Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself*
- *Malayalam version of the questions is also provided.*
- *Give equations wherever necessary.*
- *Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the examination hall..*

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ

- *നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമേ 15 മിനിറ്റ് കൂൾ ഓഫ് ടൈം ഉണ്ടായിരിക്കും.*
- *കൂൾ ഓഫ് ടൈം ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.*
- *നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവൻ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.*
- *ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.*
- *കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.*
- *ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.*
- *ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.*
- *പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.*

Answer any six from questions 1 to 7. Each question carries 3 score

1 മുതൽ 7 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിനു മാത്രം ഉത്തരമെഴുതുക. ഓരോ ചോദ്യത്തിനും 3 മാർക്ക് വീതം.

1. Construct a 3 x 2 matrix $A = [a_{ij}]$ whose elements are given by $a_{ij} = \frac{(i+j)^2}{2}$ (3)

   $A = [a_{ij}]$, $a_{ij} = \frac{(i+j)^2}{2}$ ആകും വിധം A എന്ന 3 x 2 മെട്രിക്സ് നിർമ്മിക്കുക. (3)

2. Show that the relation R on Z defined by $R = \{ (a, b) : |a - b| \text{ is even} \}$ is an equivalence relation. (3)

   R ൽ നിന്നും Z ലേക്കുള്ള $R = \{ (a, b) : |a - b|$ ഒരു ഇരട്ടസംഖ്യ $\}$ എന്ന ബന്ധം ഒരു ഇക്വിവാലൻസ് ബന്ധമാണെന്നു തെളിയിക്കുക. (3)

3. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -6 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$

(a) Find AB. (2)

(b) If we change the second row of A as, $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & -6 & 0 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, write AB. (1)

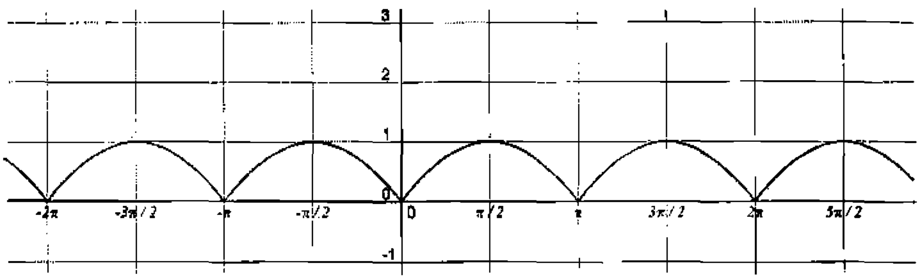
$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -6 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ ആയാൽ

(a) AB കണക്കാക്കുക. (2)

(b) A യുടെ രണ്ടാമത്തെ വരി താഴെ കാണും വിധം മാറ്റിയാൽ, $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & -6 & 0 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, AB എഴുതുക. (1)

4. (a) Which of the following function is represented by the graph given below? (1)

a) $\sin|x|$ b) $|\sin x|$ c) $\cos|x|$ b) $|\cos x|$



(b) Discuss the continuity of the above function (1)

(c) Discuss the differentiability of the above function (1)

(a) ചിത്രത്തിലെ ഗ്രാഫ് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഏത് ഏകദത്തെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്? (1)

a) $\sin|x|$ b) $|\sin x|$ c) $\cos|x|$ b) $|\cos x|$

(b) ഏകദത്തിന്റെ കണ്ടിന്യൂവിറ്റി ചർച്ച ചെയ്യുക (1)

(c) ഏകദത്തിന്റെ ഡിഫെറെൻഷ്യബിലിറ്റി ചർച്ച ചെയ്യുക (1)

5. Consider the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{bmatrix}$

(a) Find $|A|$ (1)

(b) Find $|adj(A)|$ (1)

(c) Write the value of $|2A|$ (1)

$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സ് പരിഗണിക്കുക.

(a) $|A|$ കണക്കാക്കുക. (1)

(b) $|adj(A)|$ കണക്കാക്കുക. (1)

(c) $|2A|$ യുടെ വില എഴുതുക. (1)

6. (a) Draw a rough sketch of the graph of the function $f : R \to R,\ f(x) = x\,|x|$. (1)
(b) Is $f(x)$ one-one? why? (1)
(c) Is $f(x)$ onto? why? (1)

(a) $f : R \to R,\ f(x) = x\,|x|$ എന്ന ഏകദത്തിന്റെ ഏകദേശ ഗ്രാഫ് വരക്കുക. (1)
(b) $f(x)$ ഒരു വൺ-വൺ ഏകദമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്? (1)
(c) $f(x)$ ഒരു ഓൺടു ഏകദമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്? (1)

7. If function $f : R \to R$ be given by $f(x) = x^2 + 2$ and $g : R \to R$ be given by $g(x) = 2x + 3$. Find $f \circ g$ and $g \circ f$ (3)

f, g എന്നീ ഏകദങ്ങൾ യഥാക്രമം $f : R \to R$, $f(x) = x^2 + 2$ ഉം $g : R \to R$, $g(x) = 2x + 3$ ഉം ആയാൽ $f \circ g$ യും $g \circ f$ ഉം കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

Answer any eight from questions 8 to 17. Each question carries 4 score

8 മുതൽ 17 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിനു മാത്രം ഉത്തരമെഴുതുക. ഓരോ ചോദ്യത്തിനും 4 മാർക്ക് വീതം.

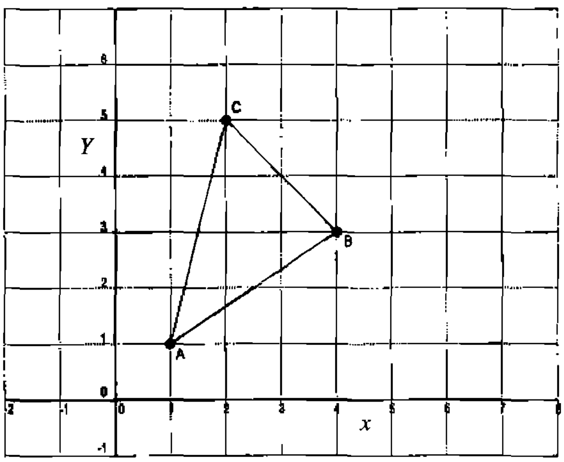
8. If the function $f : N \to R$ be defined by $f(x) = 4x^2 + 12x + 15$. Show that $f : N \to S$ where S is the range of f is invertible. Find $f^{-1}(x)$ (4)

$f : N \to R$ എന്ന ഏകദം $f(x) = 4x^2 + 12x + 15$ എന്നു നിർവചിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. S എന്നത് f ന്റെ റേഞ്ച് ആയാൽ $f : N \to S$ ഒരു ഇൻവെർട്ടിബിൾ ഏകദമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. $f^{-1}(x)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (4)

9. If A and B are two matrices given by $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$
(a) Find AB (1)
(b) Find B^1 and A^1 (1)
(c) Verify that $(AB)^1 = B^1 A^1$ (2)

A, B എന്നീ രണ്ട് മെട്രിക്സുകൾ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$
(a) AB കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)
(b) B^1 ഉം A^1 കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)
(c) $(AB)^1 = B^1 A^1$ ആണെന്നു തെളിയിക്കുക. (2)

10. (a) Find area of the triangle ABC shown in figure using determinants (2)



(b) Find the value of k if $D(k,6)$ is a point such that triangle ABD has the same area as that of triangle ABC (2)

(a) മുകളിൽ ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് ഡിറ്റർമിനന്റ് ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുക. (2)

(b) ത്രികോണം ABD യുടെ പരപ്പളവ് ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവിനു തുല്യമാകുംവിധമുള്ള ഒരു ബിന്ദുവാണ് $D(k,6)$ എങ്കിൽ k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

11. Express the given matrix as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix (4)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന മെട്രിക്സിനെ ഒരു സിമെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും സ്ക്യൂ സിമെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. (4)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

12. Consider the function $f(x) = \begin{cases} \dfrac{k \cos x}{\pi - 2x} & \text{if } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3 & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ Find the value of k so that f(x) is continuous at $x = \frac{\pi}{2}$ (4)

$f(x) = \begin{cases} \dfrac{k \cos x}{\pi - 2x} & \text{if } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3 & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ എന്ന ഏകദം പരിഗണിക്കുക. $x = \frac{\pi}{2}$ എന്ന ബിന്ദുവിൽ f(x) തുടർച്ചയുള്ള ഏകദമാകും വിധം k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (4)

13. (a) The value of $\tan^{-1}\left(\frac{3\pi}{4}\right) =$ .... (1)

(b) Prove that $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{31}{17}\right)$ (3)

(a) $\tan^{-1}\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ ന്റെ വില = ... (1)

(b) $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{31}{17}\right)$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

14. (a) Show that the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ satisfies the matrix equation $A^2 - 4A + I = O$ where I is a 2 x 2 identity matrix and O is the 2 x 2 zero matrix. (2)

(b) Using the above equation, find A^{-1} (2)

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സ് $A^2 - 4A + I = O$ എന്ന മെട്രിക്സ് സമവാക്യം പാലിക്കുന്നു എന്ന് തെളിയിക്കുക. (I ഒരു 2 x 2 ഐഡന്റിറ്റി മെട്രിക്സും O ഒരു 2 x 2 സീറോ മെട്രിക്സും ആകുന്നു.) (2)

(b) മേൽ സമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് A^{-1} കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

15. (a) If $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$, then the value of x is (1)

a) ±6 b) 6 c) –6 d) 0

(b) Prove that $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$ (3)

(a) $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$, ആയാൽ x ന്റെ വില എഴുതുക (1)

a) ±6 b) 6 c) –6 d) 0

(b) $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$ എന്നു തെളിയിക്കുക. (3)

16. Find X and Y if (4)

$$2X + 3Y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$3X + 2Y = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$2X + 3Y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$3X + 2Y = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

ആയാൽ X ന്റെയും Y യുടെയും വില കാണുക. (4)

17. Find the inverse of $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ by row transformation (4)

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിന്റെ ഇൻവേഴ്സ് റോ ട്രാൻസ്ഫോർമേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കുക. (4)

Answer any five from questions 18 to 24. Each question carries 6 score

18 മുതൽ 24 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിനു മാത്രം ഉത്തരമെഴുതുക. ഓരോ ചോദ്യത്തിനും 6 മാർക്ക് വീതം.

18. Solve the following system of linear equations using matrix method (6)

$$x - y + z = 4$$
$$2x + y - 3z = 0$$
$$x + y + z = 2$$

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന മെട്രിക്സ് സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം മെട്രിക്സ് രീതിയിൽ കാണുക. (6)

$$x - y + z = 4$$
$$2x + y - 3z = 0$$
$$x + y + z = 2$$

19. (a) $\sin(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) =$ .... (1)

(b) Find the value of $\sin^{-1}(\sin \frac{3\pi}{5})$ (2)

(c) $\sin(\tan^{-1} x), |x| < 1$ is equal to .... (1)

a) $\frac{x}{\sqrt{(1-x^2)}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)}}$ c) $\frac{1}{\sqrt{(1+x^2)}}$ d) $\frac{x}{\sqrt{(1+x^2)}}$

(d) Prove that $2\sin^{-1}(\frac{3}{5}) = \tan^{-1}(\frac{24}{7})$ (2)

(a) $\sin(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) =$ .... (1)

(b) $\sin^{-1}(\sin \frac{3\pi}{5})$ ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക (2)

(c) $\sin(\tan^{-1} x), |x| < 1$ ന്റെ വില .... (1)

a) $\frac{x}{\sqrt{(1-x^2)}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)}}$ c) $\frac{1}{\sqrt{(1+x^2)}}$ d) $\frac{x}{\sqrt{(1+x^2)}}$

(d) $2\sin^{-1}(\frac{3}{5}) = \tan^{-1}(\frac{24}{7})$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക (2)

20. (a) The value of $\cos^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ is .... (1)

(b) Write the function $y = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ in its simplest form. (3)

(c) Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ (2)

(a) $\cos^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ ന്റെ വില = ... (1)

(b) $y = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ എന്ന ഏകദത്തെ ഏറ്റവും ലളിതരൂപത്തിൽ എഴുതുക. (3)

(c) $y = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

21. Find $\frac{dy}{dx}$ in the following

(a) $y = \cos(x^3).\sin^2(x^5)$ (2)

(b) $x^2 + y^2 = 100$ (2)

(c) $y = (\log x)^x + x^{\log x}$ (2)

താഴെ പറയുന്നവയിൽ $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക.

(a) $y = \cos(x^3).\sin^2(x^5)$ (2)

(b) $x^2 + y^2 = 100$ (2)

(c) $y = (\log x)^x + x^{\log x}$ (2)

22. (a) Show that the binary operations on Q given by $a * b = \frac{ab}{2}$ is commutative and associative (2)

(a) Consider the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

i. Draw a binary operation table on A with 3 as the identity element (2)

ii. How many binary operations are possible on A with 3 as the identity element? Justify your answer. (2)

(a) $a * b = \frac{ab}{2}$ എന്ന ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ ക്രമനിയമവും സംയോജന നിയമവും പാലിക്കുന്നു എന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

(a) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ എന്ന ഗണം പരിഗണിക്കുക.

i. A യിൽ 3 ഐഡന്റിറ്റി എലമെന്റ് ആകും വിധം ഒരു ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ പട്ടിക വരക്കുക. (2)

ii. ഐഡന്റിറ്റി എലമെന്റ് 3 ആകും വിധം A യിൽ എത്ര ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ സാധ്യമാകും? കാരണമെഴുതുക.

23. (a) Prove that $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{33}{65}\right)$ (3)

(b) Solve $\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}$ (3)

(a) $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{33}{65}\right)$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

(b) $\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}$ ന്റെ പരിഹാരം കാണുക. (3)

24. (a) Find $\frac{dy}{dx}$ if $x = a\left(\cos t + \log\tan\left(\frac{t}{2}\right)\right)$, $y = a\sin t$ (3)

(b) If $y = \sin^{-1}x$, show that $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$ (3)

(a) $x = a\left(\cos t + \log\tan\left(\frac{t}{2}\right)\right)$, $y = a\sin t$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണക്കാക്കുക. (3)

(b) $y = \sin^{-1}x$ ആയാൽ, $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)