Reg. No. : ....

Name : ....

SY 51

MARCH 2019

Time : 2½ Hours
Cool-off time : 15 Minutes

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Maximum : 80 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Answer any 6 questions from 1 to 7. Each carries 3 scores. **(6 × 3 = 18)**

1. Consider the function $f : R \to R$ defined by $f(x) = 3 - 4x$

   (i) Prove that f is one-one and onto. **(2)**

   (ii) Find the inverse of F. **(1)**

2. Construct a 3×4 matrix $[a_{ij}]$ such that $a_{ij} = 2i - j$.

3. Using determinant method, find the area of the triangle with vertices (0, 3), (2, 0), (4, 5).

4. Consider the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & , \quad x < 2 \\ 3 & , \quad x \geq 2 \end{cases}$$

   (i) What is the value of f(2) ? **(1)**

   (ii) If f is continuous at $x = 2$, find the value of k. **(2)**

5. (i) $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} =$ ________ **(1)**

   (ii) Evaluate $\int \frac{dx}{x^2 - 6x - 7}$. **(2)**

6. (i) If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are perpendicular vectors, then $\vec{a} \cdot \vec{b}$ is __________. **(1)**

   (ii) Find the angle between the vectors $\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$. **(2)**

7. Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) + \lambda (\hat{i} + \hat{j})$ and

$\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) + \mu (\hat{j} + \hat{k})$

1 മുതൽ 7 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക.

3 സ്കോർ വീതം. **$(6 \times 3 = 18)$**

1. $f : R \to R$ ൽ, $f(x) = 3 - 4x$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ പരിഗണിക്കുക.

   (i) f വൺ-വണ്ണും, ഓൺടുവും ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(2)**

   (ii) f ന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

2. $a_{ij} = 2i - j$ ആകത്തക്കവിധം ഒരു 3×4 മാട്രിക്സ് $[a_{ij}]$ നിർമ്മിക്കുക.

3. ഡിറ്റർമിനന്റ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് (0, 3), (2, 0), (4, 5) എന്നിവ ശീർഷങ്ങളാകുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

4. f എന്ന ഫംഗ്ഷൻ പരിഗണിക്കുക.

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & , \quad x < 2 \\ 3 & , \quad x \geq 2 \end{cases}$$

   (i) f(2) ന്റെ വില എത്രയാണ് ? **(1)**

   (ii) $x = 2$ ൽ f കണ്ടിന്യൂവസ് ആണെങ്കിൽ, k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

5. (i) $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} =$ _________ **(1)**

   (ii) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x - 7}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

6. (i) $\vec{a}$ യും $\vec{b}$ യും പരസ്പരം ലംബമായ വെക്ടറുകളാണെങ്കിൽ, $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ __________. **(1)**

   (ii) $\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ തമ്മിലുള്ള കോൺ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

7. $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) + \lambda\,(\hat{i} + \hat{j})$,

   $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) + \mu\,(\hat{j} + \hat{k})$ എന്നീ രേഖകൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

Answer any 8 questions from 8 to 17. Each carries 4 scores. **(8 × 4 = 32)**

8. Let $*$ be a binary operation on $\mathbb{R}$ defined by $a * b = ab^2$, $a, b \in \mathbb{R}$

(i) Find $2 * 3$ **(1)**

(ii) Check whether $*$ is commutative **(1)**

(iii) Check whether $*$ is associative **(2)**

9. (i) The principal value of $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ is **(1)**

(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

(ii) Show that $\sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{56}{33}\right)$. **(3)**

10. (i) If any two rows of a determinant are same, then value of the determinant is _________. **(1)**

(ii) Using properties of determinants prove that, **(3)**

$$\begin{vmatrix} x+k & x & x \\ x & x+k & x \\ x & x & x+k \end{vmatrix} = k^2(3x + k).$$

11. Consider the function $f(x) = x^2 - 4x + 3$ on the interval $[1, 3]$:

(i) Find $f'(x)$. **(1)**

(ii) Verify Rolle's theorem for $f(x)$ on the interval $[1, 3]$. **(3)**

8 മുതൽ 17 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം. **($8 \times 4 = 32$)**

8. $a * b = ab^2$, $a, b \in \mathbb{R}$ എന്ന വിധത്തിൽ $\mathbb{R}$-ൽ നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ ആണ് * എന്നിരിക്കട്ടെ

   (i) $2 * 3$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

   (ii) * കമ്മ്യൂട്ടേറ്റീവ് ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(1)**

   (iii) * അസോസിയേറ്റീവ് ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(2)**

9. (i) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വിലയാണ് **(1)**

   (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

   (ii) $\sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{56}{33}\right)$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

10. (i) ഒരു ഡിറ്റർമിനന്റിന്റെ രണ്ട് വരികൾ തുല്യമാണെങ്കിൽ, ആ ഡിറ്റർമിനന്റിന്റെ വിലയാണ് _________. **(1)**

    (ii) ഡിറ്റർമിനന്റുകളുടെ ഗുണധർമ്മങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് **(3)**

$$\begin{vmatrix} x+k & x & x \\ x & x+k & x \\ x & x & x+k \end{vmatrix} = k^2(3x+k)$$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

11. [1, 3] എന്ന ഇന്റർവെല്ലിൽ $f(x) = x^2 - 4x + 3$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ പരിഗണിക്കുക.

    (i) $f'(x)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

    (ii) [1, 3] എന്ന ഇന്റർവെല്ലിൽ $f(x)$ ന് റോൾസ് തിയറം ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(3)**

12. (i) If f is an odd function then $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx$ is **(1)**

(a) 1 (b) 0 (c) a (d) $2\int_{0}^{a} f(x)\,dx$

(ii) Prove that $\int_{0}^{\pi/2} \frac{\cos^n x\,dx}{\sin^n x + \cos^n x} = \frac{\pi}{4}$ **(3)**

13. Find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = 4$ using integration.

14. Consider the differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$.

(i) Find the order and degree of the given differential equation. **(1)**

(ii) Solve the given differential equation. **(3)**

15. Given $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

Find : (i) $\vec{a} \times \vec{b}$ **(2)**

(ii) unit vector perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(1)**

(iii) area of the parallelogram with adjacent sides $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(1)**

16. (i) If P(A) = 0.6, P(B) = 0.5 and $P(A \cup B) = 0.8$ **(3)**

Find $P(A \cap B)$ and P(A/B)

(ii) If E and F are independent events, then $P(E) \cdot P(F)$ is **(1)**

(a) $P(E \cup F)$ (b) P(E/F) (c) P(F/E) (d) $P(E \cap F)$

12. (i) f ഒരു ഓഡ് ഫംഗ്ഷൻ ആയാൽ $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx$ ന്റെ വിലയാണ് **(1)**

(a) 1 (b) 0 (c) a (d) $2\int_{0}^{a} f(x)\, dx$

(ii) $\int_{0}^{\pi/2} \frac{\cos^n x\, dx}{\sin^n x + \cos^n x} = \frac{\pi}{4}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

13. ഇന്റഗ്രേഷൻ ഉപയോഗിച്ച്, $x^2 + y^2 = 4$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

14. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യം പരിഗണിക്കുക.

(i) തന്നിട്ടുള്ള ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഓർഡറും, ഡിഗ്രിയും കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) തന്നിട്ടുള്ള ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക. **(3)**

15. $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ തന്നിരിക്കുന്നു.

(i) $\vec{a} \times \vec{b}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(ii) $\vec{a}$, $\vec{b}$ എന്നിവയ്ക്ക് ലംബമാകുന്ന യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(iii) $\vec{a}$ യും $\vec{b}$ യും സമീപ വശങ്ങളാകുന്ന സാമാന്തരീകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

16. (i) $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.8$ ആണെങ്കിൽ $P(A \cap B)$ യും $P(A/B)$ യും കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(ii) E, F ഇവർ ഇൻഡിപെൻഡന്റ് ഇവന്റ്സ് ആണെങ്കിൽ $P(E) \cdot P(F)$ ആണ്. **(1)**

(a) $P(E \cup F)$ (b) $P(E/F)$ (c) $P(F/E)$ (d) $P(E \cap F)$

17. A dietician wishes to mix two types of food M and N in such a way that the vitamin contents of the mixture contain at least 9 units of vitamin A and 11 units of vitamin B. Food M costs ₹ 50/kg and food N costs ₹ 70/kg. Food M contains 3 units/kg of vitamin A and 5 units/kg of vitamin B.

Food N contains 4 units/kg of vitamin A and 2 units/kg of vitamin B.

Formulate the problem as a linear programming problem to determine the minimum cost.

[No graph or solution required]

Answer any 5 questions from 18 to 24. Each carries 6 scores. **(5 × 6 = 30)**

18. Consider $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

(i) Find A^T **(1)**

(ii) Express A as the sum of a symmetric matrix and a skew symmetric matrix. **(3)**

(iii) Find $A \cdot A^T$ **(2)**

19. If $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$

(i) Find $|A|$ **(1)**

(ii) Find Adj A **(3)**

(iii) Hence solve the equations $3x - 2y + 3z = 2$, $2x + y - z = 3$, $4x - 3y + 2z = 0$. **(2)**

20. Find $\frac{dy}{dx}$ for the following :

(i) $x^y = y^x$ **(3)**

(ii) $x = 2at^2$, $y = at^4$ **(3)**

17. ഒരു ഡയറ്റീഷ്യൻ രണ്ടുതരം ഭക്ഷണങ്ങളായ M, N എന്നിവ കൂട്ടി കലർത്തി കുറഞ്ഞത് 9 യൂണിറ്റ് വിറ്റമിൻ A-യും, 11 യൂണിറ്റ് വിറ്റമിൻ B-യും കിട്ടുന്ന തരത്തിൽ ഒരു മിശ്രിതം ഉണ്ടാക്കുവാൻ താത്പര്യപ്പെടുന്നു. M എന്ന ഭക്ഷണത്തിന് കിലോയ്ക്ക് 50 രൂപയും, N എന്ന ഭക്ഷണത്തിന് കിലോയ്ക്ക് 70 രൂപയും ആണ് വില. ഒരു കിലോ M ഭക്ഷണത്തിൽ 3 യൂണിറ്റ് വിറ്റമിൻ A-യും, 5 യൂണിറ്റ് വിറ്റമിൻ B-യും ഉണ്ടെങ്കിൽ, ഒരു കിലോ N ഭക്ഷണത്തിൽ 4 യൂണിറ്റ് വിറ്റമിൻ A യും, 2 യൂണിറ്റ് വിറ്റമിൻ B-യും ആണുള്ളത്. മിശ്രിതം ഉണ്ടാക്കുവാനുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ചെലവ് കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഒരു ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രശ്നമായി ഇതിനെ രൂപീകരിക്കുക.

[ഗ്രാഫും, പരിഹാരവും ആവശ്യമില്ല]

18 മുതൽ 24 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. **(5 × 6 = 30)**

18. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ പരിഗണിക്കുക.

(i) A^T കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) A എന്ന മാട്രിക്സിനെ ഒരു സിമ്മട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും, ഒരു സ്ക്യൂ സിമ്മട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. **(3)**

(iii) $A \cdot A^T$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

19. $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ ആണെങ്കിൽ

(i) $|A|$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) Adj A കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(iii) ഇത് ഉപയോഗിച്ച് $3x - 2y + 3z = 2$, $2x + y - z = 3$, $4x - 3y + 2z = 0$ എന്ന സമവാക്യങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുക. **(2)**

20. $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക :

(i) $x^y = y^x$ **(3)**

(ii) $x = 2at^2$, $y = at^4$ **(3)**

21. (i) Find the equation of the tangent line to the curve $y^2 = x$ at the point (1, 1). **(3)**

(ii) Find the intervals in which the function $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ is increasing or decreasing. **(3)**

22. (i) If $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\hat{i} + \lambda\hat{j} - 3\hat{k}$ are coplanar, then find the value of λ. **(3)**

(ii) Prove that $\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}\right] = 2\left[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right]$. **(3)**

23. Consider the linear programming problem :

Maximise : $Z = 10x + 4y$

Subject to : $2x + y \geq 6$

$3x + 4y \leq 12$

$x \geq 0, y \geq 0$

(i) Draw the feasible region. **(4)**

(ii) Hence solve the given linear programming problem. **(2)**

24. A random variable X has the following probability distribution :

X	0	1	2	3	4
P(X)	k	2k	2k	2k	k

(i) Find the value of k. **(2)**

(ii) Using the value of k, find mean and variance of the random variable X. **(4)**

21. (i) $y^2 = x$ എന്ന കർവിന്റെ (1, 1) എന്ന ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(ii) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ, ഇൻക്രീസിംഗോ, ഡിക്രീസിംഗോ ആകുന്ന ഇന്റർവെല്ലുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

22. (i) $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, $\hat{i} + \lambda\hat{j} - 3\hat{k}$ എന്നിവ കോപ്ലേനാർ ആയാൽ, λ യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(ii) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}] = 2\,[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

23. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രശ്നം പരിഗണിക്കുക :

$2x + y \geq 6$

$3x + 4y \leq 12$

$x \geq 0, y \geq 0$ എന്നിവയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി

$Z = 10x + 4y$ മാക്സിമൈസ് ചെയ്യുക.

(i) ഫീസിബിൾ റീജിയൻ വരയ്ക്കുക. **(4)**

(ii) ഇതു ഉപയോഗിച്ച് തന്നിട്ടുള്ള ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രശ്നത്തിന് പരിഹാരം കാണുക. **(2)**

24. X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നു :

X	0	1	2	3	4
P(X)	k	2k	2k	2k	k

(i) k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(ii) k-യുടെ വില ഉപയോഗിച്ച്, X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ ശരാശരിയും, വേരിയൻസും കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**